

**Ultrakalte Atome in einem
optischen Ringresonator:
vom kollektiven atomaren Rückstoß-Laser
zu superradianter Rayleigh-Streuung**

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Mathematik und Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
Sebastian Slama
aus Passau

2007

Tag der mündlichen Prüfung: 11. Mai 2007
Dekan: Prof. Dr. Nils Schopohl
1. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann
2. Berichterstatter: Prof. Dr. Martin Weitz
3. Berichterstatter: Prof. Dr. Tilman Esslinger

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Atome in Lichtfeldern	7
2.2	Selbstverstärkung bei CARL und Superradianz	10
2.2.1	Der kollektive atomare Rückstoß-Laser (CARL)	11
2.2.2	Superradianz	13
2.2.3	Unterschiede von CARL und Superradianz	15
2.3	Die CARL-Gleichungen	16
2.3.1	Klassische CARL-Gleichungen	19
2.3.2	Quantisierte CARL-Gleichungen	20
2.3.3	Spiegelrückstreuung und Strahlungsdruck	21
2.4	Simulation der Gleichungen	23
2.4.1	Vergleich semiklassischer und quantisierter Gleichungen	24
2.4.2	Strahlungsdruck	25
2.4.3	Einschalteffekte	26
2.5	Die Regime des CARL-Modells	26
2.5.1	Vom Quantenregime ins klassische Regime	27
2.5.2	Vom bad-cavity ins good-cavity-Regime	29
2.5.3	Simulation der Regime	30
2.5.4	Einteilung der CARL-Experimente	32
3	Versuchsaufbau	35
3.1	Vakuumrezipienten	35
3.2	Magnetische und Magneto-optische Fallen	36
3.2.1	Magneto-optische Falle (MOT)	37
3.2.2	2D-Magneto-optische Falle (2D-MOT)	38
3.2.3	Magnetische Quadrupolfalle	40
3.2.4	Magnetische Joffe-Draht-Falle	42
3.3	Der optische Ringresonator	43
3.4	Dissipation der im Vakuum erzeugten Wärme	47
4	Lasersystem	51
4.1	Diodenlasersystem	51
4.1.1	Optischer Aufbau auf dem Lasertisch	51

4.1.2	Aufgaben der Laser und ihre Frequenzen	52
4.1.3	Optischer Aufbau auf dem Experimentiertisch	57
4.1.4	Optischer Aufbau der Abbildungssysteme	58
4.2	Titan Saphir Laser	59
4.2.1	TiSa Laserresonator	59
4.2.2	Frequenzstabilisierung	59
4.2.3	Modenanpassung an den Resonator	60
5	Charakterisierung der Versuchsanlage	63
5.1	Typischer Ablauf eines experimentellen Zyklus	63
5.2	Betrieb von MOT und 2D-MOT	64
5.3	Magnetischer Transfer	65
5.3.1	Umladen der Atome aus der MOT in eine magnetische Quadrupolfalle	66
5.3.2	Magnetischer Transfer der Atome	67
5.4	Atome in der Joffefalle	70
5.4.1	Charakterisierung der Joffefalle	70
5.4.2	Evaporatives Kühlen	71
5.4.3	Variation der vertikalen Position der Atome	74
5.4.4	Eichung der Absorptionsabbildung	76
5.5	Charakterisierung des Ringresonators	76
5.5.1	Güte des Resonators	77
5.5.2	Temperaturschwankungen am Resonator	79
5.5.3	Akustische Störungen am Resonator	81
5.5.4	Detektion der Lichtfelder im Resonator	82
5.5.5	Spiegelrückstreuung	83
6	Experimente und Messungen	85
6.1	Braggstreuung eines Bose-Einstein-Kondensats	85
6.2	Durchführung der CARL-Messungen	86
6.3	Messung der Lichtleistungen bei CARL	88
6.4	Der Einfluss der Spiegelrückstreuung auf CARL	89
6.5	Abhängigkeit des CARL-Effekts von der Pumpleistung	91
6.6	Übergang vom bad-cavity-Regime in das good-cavity-Regime	93
6.7	Temperaturabhängigkeit des CARL-Effekts	96
6.8	Messung der Impulsverteilung	97
7	Zusammenfassung	101
8	Ausblick	103
A	Herleitung der quantisierten CARL-Gleichungen	105
	Literaturverzeichnis	107

1 Einleitung

Am 14. Dezember 1900 stellte Max Planck in einer Sitzung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft die Lösung zum Problem der Hohlraumstrahlung dar. Das gemessene Strahlungsspektrum von Hohlräumen bzw. schwarzen Körpern einer gegebenen Temperatur war bis zu diesem Zeitpunkt nicht verstanden, und es existierten nur Teilnäherungen. Planck leitete durch Einführung von kleinsten Strahlungsteilchen, den Quanten, eine Formel her, die heute als Planck-Gesetz bekannt ist und die Hohlraumstrahlung im gesamten Spektralbereich wiedergibt. Diese Leistung gilt heute als Geburtsstunde der Quantenmechanik und der modernen Physik. Bei der Herleitung des Planck-Gesetzes wird die Annahme gemacht, dass der betrachtete Hohlraum unendlich groß sei. Dadurch kann der Raum Strahlung jeglicher Frequenz aufnehmen. Dies ist in Resonatoren, einer bestimmten Art von endlichem Hohlraum, nicht der Fall. Resonatoren besitzen allgemein die Eigenschaft, Schwingungen ganz bestimmter Frequenzen, den sogenannten Moden, zu verstärken und andere Frequenzen zu unterdrücken. Je höher die Güte eines Resonators ist, umso ausgeprägter ist dieses Verhalten. In einem Resonator hoher Güte existiert daher nur Strahlung mit nahezu diskreten Frequenzen. Atome, die sich in einem Resonator befinden, wechselwirken dann nur mit einzelnen Strahlungsmoden. In der Anwendung tauchen solche Hohlraumresonatoren erstmals im Zusammenhang mit der Erfindung des Mikrowellen-Lasers (Masers) Mitte des letzten Jahrhunderts [Gor55, Gol60] auf, bei dem ein Strahl von Wasserstoffatomen in einen Mikrowellen-Resonator geschossen wird. Wenn die Wechselwirkung der Atome mit diesem Strahlungsfeld so groß ist, dass sie alle anderen Zerfallsprozesse dominiert, wird ein besonderes Regime erreicht, das der Resonator-Quanten-Elektrodynamik (englisch: Cavity Quantum Electrodynamics, CQED). Dies wird durch Verwendung hochangeregter Rydberg-Atome möglich, was zu einer Serie fundamentaler Experimente zur Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Wellen und Atomen führte. Vorreiter auf dem Gebiet der CQED sind H. Walther und S. Haroche durch Experimente mit thermischen Atomstrahlen in Mikrowellen-Resonatoren [Gro79, Mes85].

Neue Perspektiven haben diese Experimente durch die Entwicklung der Laserkühlung in den 1980er Jahren [Chu98] bekommen. Die Techniken, Atome durch Lichtkräfte auf Temperaturen von wenigen hundert Mikrokkelvin abzukühlen und in optischen und magnetischen Fallen zu speichern und zu manipulieren [Pri83, Chu86], sind heute weltweit Standard in vielen Labors und ermöglichen ein breites Spektrum an Experimenten. Das Regime der CQED konnte durch die Bereitstellung kalter Atome und durch die Verfügbarkeit von Laserspiegeln mit besonders hoher Reflektivität, die in einem Abstand von nur etwa hundert Mikrometern einen linearen Mikroresonator bilden, erstmals in den Gruppen von G. Rempe und H. J. Kimble auch im

optischen Frequenzbereich erreicht werden. Mit diesem System konnte eine Reihe spektakulärer Experimente durchgeführt werden, z.B. die Beobachtung der Dynamik einzelner Atome im Resonator [Hoo98, Mü99], das Speichern einzelner Atome im Lichtfeld einzelner Photonen [Hoo00, Pin00] und die Erzeugung einzelner Photonen aus dem Resonator auf Abruf [Kuh02, McK04]. Im Jahre 2004 gelang es P. Maunz et al., ein einzelnes Atom durch die Wechselwirkung mit dem Mikroresonator zu kühlen [Mau04]. Diese Idee existiert in verschiedenen Variationen seit Beginn der 1990er Jahre [Cir93, Cir95, Hor97, Hec98]. Das Besondere an den Vorschlägen ist, dass Resonator-Kühlmechanismen, anders als die oben erwähnten Laserkühlverfahren, einerseits auch für Ionen und Moleküle anwendbar sind und andererseits zu noch niedrigeren Temperaturen führen.

Resonator-Kühlverfahren sind jedoch nicht auf einzelne Teilchen beschränkt. Die Gruppen um H. Ritsch auf der theoretischen und V. Vuletic auf der experimentellen Seite haben eine Reihe von Vorschlägen geliefert, um Teilchen-Ensembles in Resonatoren zu kühlen. Die Kühlmechanismen beruhen auf der kollektiven Dynamik der Atome im Resonator [Gan99, Dom02] bzw. der kohärenten Umstreuung von Licht in den Resonator [Vul00, Vul01]. Im Jahre 2003 gelangen in Vuletics Gruppe wichtige Experimente: eine im Schwerfeld der Erde fallende Atomwolke konnte durch Umstreuung von Licht in einen linearen Resonator abgebremst und gekühlt werden [Cha03]. Nachfolgend konnte gezeigt werden, dass es gleichzeitig zu einer räumlichen Strukturierung der Atome kommt [Bla03]. Diese Selbstorganisation von Atomen in Resonatoren konnte wiederum in der Gruppe von H. Ritsch theoretisch beschrieben werden [Asb05]. Daneben gibt es auch neue Vorschläge zur Resonator-Kühlung aus anderen Theoriegruppen [Els03, Bei05].

Einen weiteren bedeutenden Fortschritt gab es auf dem Gebiet der ultrakalten Gase im Jahr 1995 mit der Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten [And95]. Zur Bose-Einstein-Kondensation kommt es, wenn Gase aus bosonischen Atomen immer weiter abgekühlt werden. Diese Gase müssen verdünnt sein, um bei Abkühlung nicht in den flüssigen bzw. festen Aggregatzustand überzugehen. Die Atome des Gases können durch eine Wellenfunktion beschrieben werden, wobei die Wellenlänge, die thermische deBroglie-Wellenlänge, umso größer ist, je kälter das Gas ist. Bei Raumtemperatur ist die thermische deBroglie-Wellenlänge so klein, dass jedes Atom als einzelnes Partikel betrachtet werden kann. Bei sehr kalten Temperaturen von unter einem Mikrokkelvin beginnen jedoch die Wellenfunktionen der einzelnen Atome zu überlappen und alle Atome kondensieren in den gleichen quantenmechanischen Zustand. Dadurch können in guter Näherung alle Atome zusammen mit einer einzigen Wellenfunktion beschrieben werden und man hat ein makroskopisches Objekt, das quantenmechanisches Verhalten zeigt und fast mit dem Auge beobachtbar ist. Ein besonders spektakuläres Beispiel ist die Interferenz der quantenmechanischen Materiewellen zweier Bose-Einstein-Kondensate [And97]. Die Ähnlichkeit mit Lichtwellen wird auch dadurch deutlich, dass es gelungen ist, mit einem Bose-Einstein-Kondensat einen „Laserstrahl“ aus Atomen herzustellen [Hä99].

Die Zusammenführung optischer und atomarer Wellen durch Kombination eines Bose-Einstein-Kondensats mit einem optischen Resonator ist ein faszinierender nächster Schritt, der in der vorliegenden Arbeit erstmals gelungen ist. Zwei Quantenfelder, das quantisierte Strahlungsfeld des Resonators und das Materie-Quantenfeld des Bose-Einstein-Kondensats wurden dabei direkt miteinander verknüpft. Interessant ist hierbei, dass Materie und Licht in diesem System in gleicher Weise zu betrachten sind. Formal ist in den beschreibenden Gleichungen kein Unterschied zwischen den beiden Feldern feststellbar [Moo99a]. Die Dynamik des Systems weist eine exponentielle Instabilität auf, die aufgrund der Symmetrie zwischen Materie und Licht zur Verstärkung von sowohl photonischer, als auch atomarer Moden führen kann.¹ Ausgelöst durch ein vom Experimentator eingestrahlt Lichtfeld oder durch Quantenfluktuationen werden somit die „Schicksale“ der Atome und Photonen miteinander verschränkt. Dies macht es möglich, Quanten-Eigenschaften des Kondensats durch Beobachtung der Lichtfelder zu messen [Hor00, Mek06] bzw. durch geeignete Wahl des eingestrahlt Lichtfeldes das Kondensat in verschiedenen Quantenzuständen zu präparieren [Moo99c].

In optischen Resonatoren sollte es auch möglich sein, Bose-Einstein-Kondensate zu kühlen und z.B. Schwingungen eines Kondensats zu dämpfen [Hor01b, Gar01]. Diese Möglichkeiten sind umso bemerkenswerter, da es wegen der Superfluidität von Bose-Einstein-Kondensaten bisher unmöglich ist, ein Kondensat einer kontrollierten Reibungskraft auszusetzen. In einem Resonator ist das System aus Atomen und Photonen über die Transmission der Resonatorspiegel an das elektromagnetische Feld der Umgebung angekoppelt, in welches Energie aus dem System abgegeben werden kann.

Ein weiterer interessanter Vorschlag ist in diesem System die Erzeugung von Schrödinger-Katzen-Zuständen [Hor01a], bei denen ein makroskopisches Objekt, das Bose-Einstein-Kondensat, durch die Messung an einem zweiten Objekt, einem Photon des Lichtfeldes, einen von zwei möglichen Zuständen einnimmt. Im Gedankenexperiment von Schrödinger wäre dieses makroskopische Objekt eine Katze, die nach Durchführung der Messung entweder tot oder lebendig ist, bis zu diesem Zeitpunkt aber in einer Überlagerung der beiden Zustände existiert. Aus experimenteller Sicht muss jedoch angemerkt werden, dass Zustände dieser Art äußerst empfindlich gegenüber Störungen sind und ein Nachweis in diesem System daher sehr schwierig ist.

Bisher gab es keine Experimente mit Bose-Einstein-Kondensaten in Resonatoren. Am nächsten kommt diesem System ein Experiment in der Gruppe von T. Esslinger an der ETH Zürich. Dort wird ein linearer Mikroresonator verwendet, um einzelne aus einem Bose-Einstein-Kondensat ausgekoppelte Atome bei ihrem Fall durch den Resonator zu detektieren [Ött06]. Dadurch gelang es in einem Hanbury-Brown-Twiss-artigen Experiment, die Korrelationen und die Zählstatistik eines Atomlasers zu messen [Ött05]. In weiteren Experimenten wurde der Resonator zur Detektion

¹Natürlich können massive Teichen nicht aus dem Vakuum erzeugt bzw. vernichtet werden, aber sie können z.B. gewisse Bewegungszustände einnehmen oder verlassen.

interferierender Materiewellen verwendet, die von verschiedenen Stellen eines Kondensats ausgekoppelt worden waren [Bou06]. Erst kürzlich konnte dadurch beobachtet werden, wie sich während der Bose-Einstein-Kondensation eine langreichweitige Ordnung aufbaut [Rit06]. Dies ist von großem Interesse, da dadurch die Universalität von Phasenübergängen mit gleichen kritischen Exponenten überprüft werden kann.

Hier in Tübingen werden seit einigen Jahren kalte Atome in optischen Ringresonatoren untersucht [Kru03a]. Eine Besonderheit von Ringresonatoren gegenüber linearen Resonatoren ist, dass die Phasen der umlaufenden Lichtwellen (in Ringresonatoren gibt es zwei gegenläufige Moden) nicht durch Randbedingungen festgelegt sind. In linearen Resonatoren wird der Laserstrahl in sich zurückreflektiert, wodurch eine Lichtstehwelle entsteht. Diese Stehwelle muss nach den Prinzipien der Elektrodynamik an den Spiegeln einen Knoten besitzen, und dadurch ist die Phase des Lichtfeldes an die Position der Spiegel gekoppelt. Ringresonatoren sind daher von besonderem Interesse, da sich durch die Wechselwirkung des Lichtfeldes mit einem Atom die Phase der Lichtwelle verschieben kann. Diese Phasenverschiebung kann dann von anderen Atomen im Resonator erfahren werden. Dadurch kommt es unabhängig vom Abstand der Atome zu einer Kopplung ihrer Dynamik und zu einem kollektiven Verhalten der Atome.

In diesem Zusammenhang konnte im Jahre 2003 in Tübingen der erste kollektive atomare Rückstoß-Laser (CARL) demonstriert werden [Kru03b, Cub04, Rob04].² CARL ist ein Effekt, der im Jahre 1994 von R. Bonifacio vorgeschlagen wurde [Bon94a, Bon94b, Bon95]. Er beruht auf der kollektiven Wechselwirkung eines Ensembles von Atomen mit den Lichtmoden eines Ringresonators. Dadurch kommt es zu einer exponentiellen Instabilität, bei der sich die Atome aus einer anfänglichen homogenen Verteilung in einem Dichtegitter anordnen. Man kann diesen Effekt auch als Selbstsynchronisation der atomaren Dichteverteilung interpretieren und in einem universellen Modell, dem Kuramoto-Modell [Kur84] beschreiben, das Analogien zu einer Vielzahl anderer physikalischer, biologischer und auch sozialer Systeme herstellt [Str01], wie etwa der Synchronisation in Laserdioden-Arrays, Synchronisation der Neuronen, die die Herzschlagfrequenz bestimmen, oder der Synchronisation des Zirpens von Zikaden.

Gleichzeitig kommt es bei CARL zur exponentiellen Verstärkung eines an den Atomen umgestreuten Laserlichtfeldes. Dies ist analog zum Freie-Elektronen-Laser, wo die kinetische Energie relativistischer schneller Elektronen zum Aufbau eines Laserlichtfeldes mit Frequenzen im Röntgenbereich verwendet wird [Mad71]. Es folgten eine Reihe von theoretischen Veröffentlichungen über CARL [Bon96, Bon97a, Bon97b,

²Die ersten Experimente zum kollektiven atomaren Rückstoß-Laser wurden mit heißen Gasen durchgeführt [Lip96, Hem96]. In diesen Experimenten konnte der Aufbau eines Streulichtfeldes gemessen werden. In nachfolgenden Veröffentlichungen wurde jedoch gezeigt, dass die für CARL charakteristische Anordnung der Atome in einem Dichtegitter aufgrund der Stöße in heißen Gasen nicht möglich ist [Per01, Per02]. Der Aufbau des Streulichtfeldes wurde durch eine räumliche Synchronisation der Polarisation der Atome erklärt und CARL als Verstärkungsmechanismus ausgeschlossen.

Moo98]. Obwohl der Effekt rein klassischer Natur ist [McN98] und sogar mit makroskopischen, in einer Suspension gelösten Partikeln funktioniert [Rob03], ist CARL mit Bose-Einstein-Kondensaten von besonderem Interesse, da in diesem Regime Quanteneffekte und Verschränkungen eine Rolle spielen [Pio01, Pio03].

Weltweit existiert nur noch in Hamburg in der Gruppe von A. Hemmerich ein vergleichbares Experiment [Nag03b]. In Hamburg liegt der Schwerpunkt auf der Beobachtung von optischen Bistabilitäten [Nag03a, Els04] und in der Aufspaltung der Resonatormoden durch die Wechselwirkung mit den Atomen [Kli06]. In einem neuen Aufbau wurde der Ringresonator aber durch einen linearen Resonator ersetzt.

Seit längerem wurde vermutet, dass eine Verbindung von CARL zu Experimenten besteht, die erstmals in der Gruppe von W. Ketterle im Jahre 1999 durchgeführt wurden und als superradiante Rayleigh- bzw. Raman-Streuung (SRS) bezeichnet werden [Ino99, Moo99b, Koz99, Sch03, Yos04, Zob05]. Diese Experimente sind nicht zu verwechseln mit der schon länger bekannten Superradianz [Dic54], bei der ein Ensemble von angeregten Atomen spontan und kollektiv Licht emittiert. Der Begriff der Superradianz wird aber auch für SRS verwendet, da auch in diesem Fall Licht durch ein kollektives Verhalten von Atomen abgestrahlt wird. Bei SRS wechselwirkt ein Bose-Einstein-Kondensat mit einem Lichtfeld. Wie bei CARL kommt es auch hier zu einer exponentiellen Instabilität, die sich einerseits auf den Bewegungszustand der Atome auswirkt und andererseits zur Verstärkung eines Streulichtfeldes führt. Diese Experimente wurden als Vier-Wellen-Mischung zwischen Atomen und Lichtfeldern interpretiert. Allerdings entwickelte sich eine Kontroverse über die Rolle der Quantenstatistik bei der Superradianz. In [Moo01] wird der Effekt auf konstruktive Quanten-Interferenzen vieler Teilchen zurückgeführt, die im Fall von Bosonen als bosonische Stimulierung bezeichnet werden. Die zentrale Aussage in [Ket01] ist hingegen, dass Superradianz nicht auf quantenstatistischen Prozessen beruht, sondern nur eine Kohärenz der beteiligten Teilchen erfordert. Deshalb sollte der Effekt auch mit thermischen Atomen beobachtbar sein, wenn auch mit sehr viel kürzeren Kohärenzzeiten. In einem nachfolgenden Experiment ist es Yoshokawa et al. gelungen, superradiante Raman-Streuung mit thermischen Atomen zu beobachten [Yos05]. Allerdings lag die Temperatur der Atome nur sehr knapp oberhalb der Kondensationstemperatur, wodurch nicht alle Zweifel ausgeräumt werden konnten, ob nicht doch Quanteneffekte eine Rolle spielen.

Vor diesem Hintergrund eines sehr diversifizierten Forschungsgebiets mit dem allgemein wachsenden Interesse an kalten Atomen in optischen Resonatoren, entstand die Idee, ein Experiment mit Bose-Einstein-Kondensaten in einem optischen Ringresonator aufzubauen und dadurch ein völlig neuartiges System zugänglich zu machen. Man erreicht eine kohärente Kopplung zwischen einzelnen optischen und materiellen Moden, was zu vielen interessanten Konsequenzen und Anwendungen führt. Für den Aufbau eines solchen gewagten Experiments spricht die in Tübingen vorhandene Expertise auf diesem Gebiet.³

³Experimentelle Veröffentlichungen seit 2003: [Kru03a, Kru03b, Cub04, Zim04, Cou04, Kru04,

In dieser Arbeit werden die ersten Messungen mit diesem weltweit einzigartigen System präsentiert. Die zentralen Ergebnisse sind die Beobachtung des CARL-Effekts mit ultrakalten thermischen Atomen und Bose-Einstein-Kondensaten, die Klärung der genauen Analogie zwischen CARL und Superradianz und der Beweis, dass quantenstatistische Effekte bei CARL und bei Superradianz keine Rolle spielen können. Diese Ergebnisse sind bei „Physical Review Letters“ veröffentlicht worden [Sla07a].

Die Arbeit gliedert sich in folgende Kapitel. In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen gelegt, die für das Verständnis der Arbeit wichtig sind. Zunächst werden CARL und Superradianz miteinander verglichen. Danach werden die CARL-Gleichungen hergeleitet, die in Simulationen verwendet werden. Anschließend werden die verschiedenen Regime des CARL-Modells erläutert. In den darauf folgenden Kapiteln wird der experimentelle Aufbau präsentiert, wobei es in Kapitel 3 um den Aufbau der Vakuumapparatur und in Kapitel 4 um das Lasersystem geht. In Kapitel 5 wird der Versuchsaufbau charakterisiert, wobei sich die Vorgehensweise am zeitlichen Ablauf eines Experiments orientiert. Um die eigentlichen Experimente geht es in Kapitel 6. Darin wird der CARL-Effekt als Funktion verschiedener experimenteller Gegebenheiten und Parameter untersucht und die Ergebnisse werden mit Simulationen verglichen. Kapitel 7 fasst die Ergebnisse dieser Arbeit zusammen und Kapitel 8 gibt einen Ausblick auf die weitere Arbeit und mögliche nachfolgende Projekte.

2 Theoretische Grundlagen

Der kollektive atomare Rückstoß-Laser (CARL) und das Phänomen der Superradianten Rayleigh Streuung (Superradianz) basieren auf dem gleichen physikalischen Effekt. Ein Laserstrahl wird an einer kalten Atomwolke umgestreut. Durch die Umstreuung ordnen sich die Atome in einem Dichtegitter an und verstärken dadurch die Umstreuung in einer bestimmten Richtung. Diese Selbstverstärkung führt zum exponentiellen Anwachsen des Streulichtfeldes. Der Verstärkungsmechanismus ist bei CARL und Superradianz zwar identisch, die beiden Experimente werden aber in sehr verschiedenen Parameterbereichen beobachtet. Der Hauptunterschied besteht darin, dass sich die Atome bei den CARL-Experimenten in einem optischen Ringresonator befinden und bei den bisherigen Superradianz-Experimenten [Ino99, Koz99, Sch03, Yos05] nicht. In dieser Arbeit gelingt es zum ersten Mal, neben CARL auch Superradianz in einem optischen Ringresonator (Resonator-Superradianz) durch geeignete Wahl der experimentellen Parameter zu beobachten.

2.1 Atome in Lichtfeldern

Die untersuchten Effekte basieren auf der Wechselwirkung von Licht mit Atomen. Hierbei wird die atomare Bewegung und Anordnung durch Lichtfelder beeinflusst. Entscheidend bei diesen Experimenten ist jedoch die Rückwirkung der atomaren Verteilung auf die Dynamik der beteiligten Lichtfelder. Dadurch entsteht eine Rückkopplung des Systems, die zu Instabilitäten führen kann [Nag03a, Els04]. Je nach Stärke der kollektiven Kopplung und Leistung des Pumplichtfeldes lassen sich uniforme, stabile, instabile und selbst-organisierte Phasen der Dichtverteilung der Atome unterscheiden [Nag06]. Sowohl CARL [Kru04] als auch Superradianz [Ino99] sind Beispiele einer Instabilität des Systems. Bevor auf die Rückkopplung eingegangen wird, sollen zunächst die Kräfte beschrieben werden, die Atome in Lichtfeldern erfahren [Scu97].

Ein Atom kann in guter Näherung als Zweiniveausystem mit einem Grundzustand $|g\rangle$ und einem angeregten Zustand $|e\rangle$ betrachtet werden. Diese Zustände werden durch ein elektrisches Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}_A, t) = \hat{\mathbf{e}}E_0 \cos\omega t$ über den Dipoloperator $\mathbf{d} = e_0 \cdot \mathbf{r}$ gekoppelt, wobei $\hat{\mathbf{e}}$ der Polarisationsvektor des Lichtfeldes, \mathbf{r}_A die Position des Atoms, $\omega = 2\pi\nu$ die Lichtfrequenz und e_0 die Elektronenladung bezeichnet. Der Hamiltonoperator für dieses System ist somit gegeben durch

$$H = E_g|g\rangle\langle g| + E_e|e\rangle\langle e| + \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_A, t) . \quad (2.1)$$

Mit der Auswertung des elektrischen Feldes am Ort des Atoms wird implizit die Dipolnäherung gemacht, bei der die Änderung des elektrischen Feldes über die Ausdehnung der Elektronenwellenfunktion vernachlässigt wird. $E_{g,e}$ bezeichnet die Eigenenergie der beiden Zustände. Äußere Freiheitsgrade werden der Einfachheit halber zunächst nicht betrachtet. Allerdings ist eine Streuung von Licht an Atomen auch mit einem Impulsübertrag verbunden, der in den CARL-Gleichungen (Kapitel 2.3) berücksichtigt wird. Da folgende Rechnung für einzelne Atome gilt, beinhaltet die Dichtematrix ϱ einen reinen Zustand: $\varrho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ mit $|\Psi\rangle = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$. Die Bewegungsgleichung der Dichtematrix ist gegeben durch

$$\dot{\varrho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \varrho] + \text{Relaxationen} . \quad (2.2)$$

Die Relaxationen werden durch Strahlungsverluste mit der natürlichen Linienbreite Γ des angeregten Zustandes verursacht ¹. Mit $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{ge} (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|)$ kann der Wechselwirkungsterm des Hamiltonoperators durch Vernachlässigen der nicht resonanten Prozesse (z.B. Absorption eines Photons beim Übergang von $|e\rangle$ nach $|g\rangle$) vereinfacht werden. Aus (2.2) folgen damit die optischen Blochgleichungen für die Besetzungen und Kohärenzen der atomaren Niveaus, wobei üblicherweise in ein mit der optischen Frequenz mitrotierendes Koordinatensystem transformiert wird. Die Vernachlässigung der nichtresonanten Prozesse wird im mitrotierenden Koordinatensystem als Drehwellennäherung bezeichnet. Der Mittelwert des elektrischen Dipolmoments des Atoms wird durch Spurbildung berechnet

$$\langle \mathbf{d} \rangle = \text{Trace}(\varrho \mathbf{d}) = 2\mathbf{d}_{ge} (u \cos \omega t - v \sin \omega t) . \quad (2.3)$$

Hierbei bezeichnen $u = \frac{1}{2}(\varrho_{ge} + \varrho_{eg})$, $v = \frac{1}{2i}(\varrho_{ge} - \varrho_{eg})$ und $w = \varrho_{ee} - 1/2$ die Variablen im mitrotierten Koordinatensystem, wobei zu beachten ist, dass die Kohärenz u in Phase mit dem anregenden Lichtfeld schwingt, und v um 90° phasenversetzt. Die Lichtkraft einer monochromatischen Lichtwelle $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}E_0(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \Phi(\mathbf{r}))$ auf ein Atom ist gegeben durch

$$\mathbf{F} = \langle \mathbf{d} \rangle \nabla \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) . \quad (2.4)$$

Nach Einsetzen der Größen und Mittelung über eine optische Periode ergibt sich

$$\mathbf{F} = \hat{\mathbf{e}} \mathbf{d}_{ge} [u^{\text{st}} \nabla E_0(\mathbf{r}) + v^{\text{st}} E_0(\mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r})] . \quad (2.5)$$

Hierbei werden die stationären Lösungen der Blochgleichungen eingesetzt

$$u^{\text{st}} = \frac{\Omega(\mathbf{r})}{2} \cdot \frac{\Delta}{\Delta^2 + \Gamma^2/4 + \Omega(\mathbf{r})^2/2} , \quad (2.6)$$

$$v^{\text{st}} = \frac{\Omega(\mathbf{r})}{2} \cdot \frac{\Gamma/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4 + \Omega(\mathbf{r})^2/2} , \quad (2.7)$$

¹Relaxationen: $\dot{\varrho}_{ee} = -\Gamma \varrho_{ee}$, $\dot{\varrho}_{gg} = +\Gamma \varrho_{ee}$, $\dot{\varrho}_{ge} = -\frac{\Gamma}{2} \varrho_{ge}$, $\dot{\varrho}_{eg} = -\frac{\Gamma}{2} \varrho_{eg}$.

$$w^{\text{st}} = \frac{\Omega(\mathbf{r})^2}{4} \cdot \frac{1}{\Delta^2 + \Gamma^2/4 + \Omega(\mathbf{r})^2/2} - \frac{1}{2}. \quad (2.8)$$

Hierbei bezeichnet $\Delta = \omega - \omega_0$ die Verstimmung der Lichtfrequenz von der Resonanzfrequenz des atomaren Übergangs $\omega_0 = (E_e - E_g)/\hbar$ und $\Omega(\mathbf{r}) = -\frac{d\mathbf{e}E_0(\mathbf{r})}{\hbar}$ die Rabifrequenz. Der erste Term in (2.5) wird als Dipolkraft bezeichnet, der zweite als Strahlungsdruck.

Die Dipolkraft kann durch Umstreuung von Photonen zwischen verschiedenen ebenen Wellen erklärt werden. Zwei gegenläufige Laserstrahlen bilden zum Beispiel eine Stehwelle. Ein Atom, das sich in dieser Stehwelle befindet, streut Photonen zwischen den Lichtwellen um, so dass es bei Rotverstimmung der Lichtfelder ($\Delta < 0$) eine Kraft hin zu Orten mit hoher Lichtintensität und bei Blauverstimmung ($\Delta > 0$) hin zu Orten mit geringer Lichtintensität erfährt. Die Kraft auf das Atom kommt durch den Impulsübertrag des gestreuten Photons zustande. Da die für die Dipolkraft verantwortliche Komponente des Dipolmoments in Phase mit dem Lichtfeld schwingt, kann auf das Atom keine Energie übertragen werden. Das angeregte Niveau des Atoms bleibt daher unbesetzt. Die Dipolkraft kann deswegen als Kraft eines Potentials, des Dipolpotentials, verstanden werden, $\mathbf{F}_{\text{dip}} = -\nabla U_{\text{dip}}(\mathbf{r})$, mit

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \hbar \frac{\Delta}{2} \cdot \ln \left[1 + \frac{\Omega(\mathbf{r})^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4} \right]. \quad (2.9)$$

Mit der Näherung, dass die Rabifrequenz klein ist, die eingestrahnten Lichtfelder weit von den beteiligten Resonanzen verstimmt und Übergänge nur schwach gesättigt sind $\Delta \gg \Gamma \gg \Omega(\mathbf{r})$, gilt

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left(\frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right) I(\mathbf{r}), \quad (2.10)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist und die Rabifrequenz Ω in Lichtintensität $I(\mathbf{r})$ umgerechnet wurde. Schwache Sättigung bedeutet dass der Sättigungsparameter $s = \frac{|\Omega|^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}$ klein ist $s \ll 1$. Der Sättigungsparameter ist ein Maß für die Besetzung des angeregten Niveaus. Bei $s = 1$ befindet sich ein Atom mit 25% Wahrscheinlichkeit im angeregten Zustand. Die Laserfrequenz im Experiment liegt bei $\lambda = 797$ nm. Es müssen daher in (2.10) die Beiträge der D_1 Linie bei $\lambda = 794.9$ nm und der D_2 Linie bei $\lambda = 780.2$ nm berücksichtigt werden. Die zugehörigen Verstimmungen $\Delta_{1,2}$ erfüllen daher obige Annahme in sehr guter Näherung. Darüber hinaus sind die Verstimmungen auch sehr viel größer als die Aufspaltung der Hyperfeinstruktur von 6.8 GHz, wodurch die einzelnen Hyperfeinniveaus nicht berücksichtigt werden müssen.

Beim Strahlungsdruck \mathbf{F}_{rad} absorbiert ein Atom ein Photon und wird dabei angeregt. Hierbei wird der Impuls $\hbar k$ mit $k = \omega/c$ übertragen. Bei der anschließenden Emission wird das Photon zufällig in eine durch die dipolare Abstrahlcharakteristik vorgegebene Richtung emittiert. Im Mittel wird hierbei aus Symmetriegründen kein

Impuls übertragen. Mit $\nabla\Phi = k$ folgt unter Einsetzen von (2.7) in (2.5)

$$\mathbf{F}_{\text{rad}} = \hbar k \frac{\Omega^2}{2} \cdot \frac{\Gamma/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4 + \Omega^2/2}. \quad (2.11)$$

Daraus kann die Streurrate des Strahlungsdrucks mit $\mathbf{F}_{\text{rad}} = \Gamma_{\text{str}} \varrho_{ee}^{\text{stat}} \hbar k$ berechnet werden

$$\Gamma_{\text{rad}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma^2}{2 \hbar \omega_0^3} \left(\frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{2}{\Delta_2^2} \right) I(\mathbf{r}). \quad (2.12)$$

Auch hier wird die Näherung großer Verstimmung und kleiner Sättigung gemacht.

Der Vergleich von (2.10) mit (2.12) zeigt, dass das Dipolpotenzial mit $1/\Delta$ abfällt, während der Strahlungsdruck mit $1/\Delta^2$ skaliert. Daher ist es für das Speichern von Atomen in einer Dipolfalle von Vorteil, mit weit verstimmtten Lichtfeldern zu arbeiten. Im Gegensatz zu den vorangehenden Experimenten [Kru04, Cub06a] ist es hier nicht notwendig, die Atome im Dipolpotenzial zu fangen, da sie in einer magnetischen Falle gehalten werden. Die Dipolkraft ist aber der Schlüsselmechanismus für die Experimente in dieser Arbeit, da sie die Lichtfelder und die Atome miteinander koppelt. Da auf die Funktion als Dipolfalle verzichtet werden kann, ist es möglich, einen größeren Parameterbereich an Leistungen und Verstimmungen zu nutzen. Experimentell muss jedoch beachtet werden, dass während der Zeitdauer des Experiments nicht zuviele Atome durch Strahlungsdruck verloren gehen. Mit typischen Größen der Lichtleistung im Resonator von $P_{\text{intra}} = 1 \text{ W}$ und einer Wellenlänge von $\lambda = 797 \text{ nm}$ folgt eine Streurrate von $\Gamma_{\text{rad}} = 220 \text{ s}^{-1}$. Dies bedeutet, dass nach 4.5 ms jedes Atom im Durchschnitt ein Photon umgestreut hat. Auf der für die Experimente typischen Zeitskala von $100 \mu\text{s}$ beträgt der Anteil der Atome, die ein Photon gestreut haben, ca. 2%. Der Anteil steigt allerdings bei kleineren Verstimmungen und höheren Lichtleistungen.

2.2 Selbstverstärkung bei CARL und Superradianz

Im Folgenden wird eine Verbindung zwischen dem kollektiven atomaren Rückstoß-Laser und Superradianz hergestellt. Die beiden Effekte werden in verschiedenen Experimenten unter verschiedenen Bedingungen beobachtet, können aber auf den gleichen Verstärkungsmechanismus zurückgeführt werden. Die Ähnlichkeit wird besonders durch Berechnung der Kleinsignal-Verstärkungen deutlich. Diese können auf eine identische Form gebracht werden, wodurch die beteiligten Größen direkt miteinander verglichen werden können. Dadurch treten Gemeinsamkeiten, aber auch Unterschiede der beiden Effekte hervor.

2.2.1 Der kollektive atomare Rückstoß-Laser (CARL)

Bei CARL (Abbildung 2.1) wird eine ultrakalte Atomwolke in das Modenvolumen eines einseitig gepumpten Ringresonators gebracht. Hierbei ist es unerheblich, ob es sich bei den Atomen um eine thermische Wolke oder um ein Bose-Einstein-Kondensat [Dal99] handelt.² Die Atome streuen ein wenig Licht aus der gepumpten Mode in die nicht gepumpte Mode um. Da das Licht in dieser Mode Gegenstand der Untersuchung ist, wird sie in dieser Arbeit als Analysemode bezeichnet. Die Umstreuung ist nur möglich, wenn die Dichteverteilung der Atome nicht komplett homogen ist. Bei einer homogenen Dichteverteilung würden die von den einzelnen zufällig verteilten Atomen rückgestreuten Lichtfelder miteinander destruktiv interferieren und eine Rückstreuung unterdrücken. Die endliche Ausdehnung der Atomwolke und thermische Fluktuationen der Dichte lassen jedoch eine geringe Rückstreuung zu. Dieses umgestreute Lichtfeld besetzt die nicht gepumpte Resonatormode und interferiert mit dem eingestrahlten Lichtfeld. Es entsteht ein geringer Stehwellenkontrast. Durch die Dipolkraft werden die Atome in dem (rot zur D_1 Linie von ^{87}Rb verstimmen) Laserfeld in die Bäuche der Stehwelle gezogen. Dadurch ordnen sich die Atome in einem Gitter an, dessen Kontrast zunächst klein ist. Durch die periodische Anordnung der Atome wird jedoch die Umstreuung verstärkt, da von einzelnen Gitterplätzen ausgehende Lichtwellen miteinander positiv interferieren. Dadurch wächst der Kontrast der Lichtstehwelle und nachfolgend der Kontrast des atomaren Gitters. Das System ist also rückgekoppelt und der CARL Effekt verstärkt sich selbst. Die Impulsverteilung der Atome wird durch den CARL-Effekt beeinflusst, da bei der Umstreuung eines Photons von der Pump- in die Analysemode ein Impuls der Größe $p = 2\hbar k$ übertragen wird. Dadurch werden die Atome in der Pumpichtung beschleunigt.

Zur Berechnung der Verstärkung müssen zunächst einige Größen eingeführt werden. Ein Photon, das sich im Resonator befindet, erzeugt ein elektrisches Feld

$$\mathcal{E}_1 = \sqrt{\hbar\omega/2\epsilon_0 V_{\text{mode}}} . \quad (2.13)$$

Hier bezeichnet ϵ_0 die elektrische Dielektrizitätskonstante im Vakuum und $V_{\text{mode}} = \frac{\pi}{2}Lw^2$ das Modenvolumen im Resonator mit Umlauflänge L und Strahlradius w .

²Die Geschwindigkeitsverteilung thermischer Atome der Temperatur T ist durch die Maxwell-Boltzmann-Verteilung gegeben. Unterhalb einer kritischen Temperatur $T < T_c$ kann es bei geeigneten Rahmenbedingungen zur Bose-Einstein-Kondensation der Atome kommen, bei der ein substantieller Anteil der Atome den selben Impulszustand $|p\rangle = |0\rangle$ einnimmt. Der Anteil der kondensierten Atome N zur Gesamtatomzahl N_0 ist in einer harmonischen Falle gegeben durch $N/N_0 = 1 - (T/T_c)^3$. Das entscheidende Kriterium bei der Bose-Einstein-Kondensation ist die Tatsache, dass die thermische deBroglie-Wellenlänge $\lambda_{dB} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2\pi mk_B T}}$ mit m der Masse eines Atoms und k_B der Boltzmann-Konstante bei Temperaturen $T < T_c$ größer wird als der Abstand zwischen zwei Atomen. Dadurch können die Kondensatsatome durch eine einzige gemeinsame Wellenfunktion beschrieben werden und bilden ein makroskopisches kohärentes Quantenobjekt.

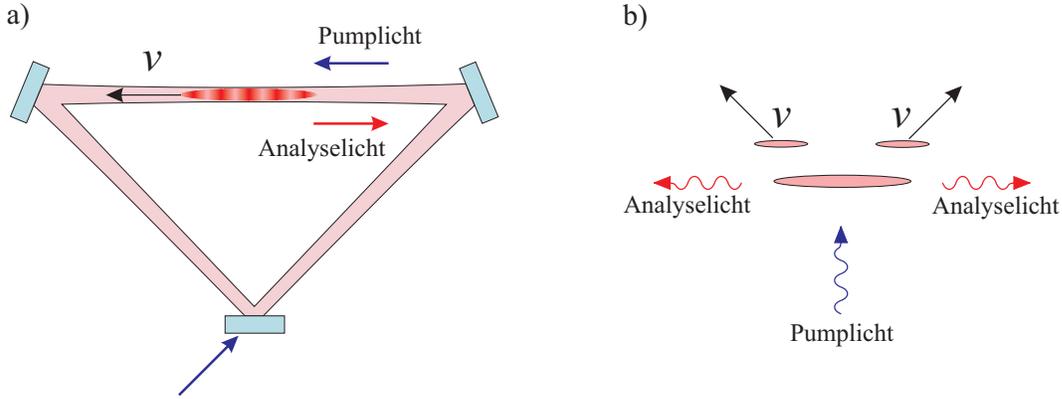


Abbildung 2.1: a) CARL-Experiment. Kalte Atome befinden sich in einem Ringresonator und streuen Licht von der gepumpten Mode in die ungepumpte Analysemode um. Durch die Dipolkraft ordnen sich die Atome in einem Dichtegitter an und werden beschleunigt. b) Superradianz Experiment. Ein Bose-Einstein-Kondensat wird mit einem Laserpuls bestrahlt. Die Atome streuen Licht in Richtung der langen Achse des Kondensats um. Durch den Impulsübertrag gehen Atome in höhere Impulszustände über und bilden ein atomares Interferenzmuster (nicht gezeigt).

Lichtfelder E_{\pm} werden normiert auf das Feld eines Photons

$$\alpha_{\pm} = \frac{E_{\pm}}{\mathcal{E}_1}, \quad (2.14)$$

wodurch $|\alpha_{\pm}|^2$ der Anzahl der Photonen n_{\pm} in einer Mode entspricht. Hier und im Folgenden bezieht sich $+$ immer auf die gepumpte und $-$ auf die ungepumpte Umlaufrichtung des Lichts im Ringresonator. Das elektrische Dipolmoment eines Atoms ist gegeben durch

$$d = \sqrt{3\pi\epsilon_0\hbar\Gamma/k^3}, \quad (2.15)$$

mit Γ der natürlichen Linienbreite des Atoms und $k = \omega/c$. Aus diesen Größen läßt sich die Ein-Photon-Rabi-Frequenz berechnen

$$\Omega_1 = \frac{d\mathcal{E}_1}{\hbar}. \quad (2.16)$$

Daraus leitet sich die Größe

$$U_0 = \frac{\Omega_1^2}{\Delta} \quad (2.17)$$

ab, wobei Δ die Verstimmung der Lichtfrequenz zur atomaren Resonanz ist. U_0 kann analog zum Dipolpotenzial (2.10) als ac-Stark-Verschiebung durch das Feld eines Photons interpretiert werden. Andererseits beschreibt sie die Verschiebung der Resonanzfrequenz des Resonators durch die Anwesenheit eines Atoms. Dieser Effekt kann als Änderung der optischen Weglänge im Resonator durch einen vom Atom

verursachten effektiven Brechungsindex verstanden werden. Des Weiteren kann über

$$\gamma_0 = \Gamma \frac{\Omega_1^2}{\Delta^2} \quad (2.18)$$

analog zu (2.12) die Streurrate pro Atom definiert werden.

Die Kleinsignal-Verstärkung im CARL-Modell wird in [Rob05] definiert. Ausgangspunkt ist ein quantisiertes CARL-Modell [Pio01] (siehe auch Kapitel 2.3). Die CARL-Gleichungen werden um den anfänglichen Gleichgewichtszustand, bei dem sich kein Licht in der Analysemode befindet und die Atome in Ruhe sind, linearisiert. Es folgt, dass der Gleichgewichtszustand für bestimmte Parameterbereiche instabil ist und Störungen exponentiell mit $\exp[(\lambda_1 + i\lambda_2)t]$ anwachsen. Die Exponenten $\lambda_{1,2}$ sind Funktionen der Kleinsignal-Verstärkung

$$G = \frac{2g^2 N}{\kappa_c}, \quad (2.19)$$

wobei N die Atomzahl und $\kappa_c = \frac{\pi \Delta_{\text{FSR}}}{F}$ die Zerfallsrate des Lichtfelds im Resonator ist. Hierbei bezeichnet Δ_{FSR} den freien Spektralbereich und F die Finesse des Resonators. Zur Interpretation dieser Größen sei auf Kapitel 3.3 und Kapitel 5.5.1 verwiesen. Die Größe g ist die in den CARL-Gleichungen (Kapitel 2.3) auftretende Kopplungskonstante

$$g = \frac{U_0}{2} |\alpha_+| = \frac{\Omega}{2\Delta} \frac{d\mathcal{E}_1}{\hbar} = \frac{\Omega\Omega_1}{2\Delta}. \quad (2.20)$$

Die Kopplungskonstante kann als Raman-Streurate von der mit einer Photonenzahl $n = |\alpha_+|^2 \propto \Omega^2$ besetzten Pumpmode in die mit einem Photon besetzte Analysemode interpretiert werden. Da beide Moden das gleiche Resonatorvolumen V_{mode} besitzen, gilt $\Omega^2 = n\Omega_1^2$. Durch Einsetzen von (2.20) in (2.19) erhält man

$$G = \frac{\Omega^2}{2\Delta} \frac{N}{\kappa_c} \frac{\Omega_1^2}{\Delta}. \quad (2.21)$$

Die Kleinsignal-Verstärkung ist somit proportional zur Atomzahl N und zur Leistung des eingestrahlt Lichts $P_+ \propto \Omega^2$. Sie skaliert mit κ_c^{-1} und ist somit proportional zur Finesse F des Resonators. Mit der Abhängigkeit von der Verstimmung $G \propto \Delta^{-2}$ skaliert die Kleinsignal-Verstärkung in gleichem Maße wie der Strahlungsdruck.

2.2.2 Superradianz

Bei den bisher durchgeführten Superradianz Experimenten wird folgendermaßen vorgegangen (Abbildung 2.1): eine ultrakalte, meist kondensierte ellipsoide Atomwolke wird mit einem kurzen Laserpuls bestrahlt. Die Umstreuung des Lichts ist in die axiale, lang ausgedehnte Richtung der Atomwolke begünstigt, da in dieser Richtung der Lichtpuls am längsten mit der Wolke wechselwirken kann. Wie weiter unten

gezeigt wird, ist die Kleinsignal-Verstärkung proportional zur Wechselwirkungszeit. Die Umstreuung in die axiale Richtung erfährt also die größte Verstärkung, und andere Streurichtungen werden durch Modenkonzurrenz unterdrückt. Zu Beginn des Experiments befinden sich die Kondensatsatome im Impulszustand $|p\rangle = |0\rangle$. Auf umstreuende Atome wird ein Impuls der Größe $p_r = \sqrt{2}\hbar k$ in diagonaler Richtung übertragen, während die nicht streuenden Atome in Ruhe bleiben. Es bilden sich daher drei Impulszustände $|p\rangle = |0\rangle$ und $|p\rangle = |\pm p_r\rangle$, die miteinander interferieren und ein atomares Dichtegitter bilden. Dieser Prozess ist analog zur Interferenz dreier ebener Lichtwellen mit unterschiedlichen Ausbreitungsrichtungen. Die Dichtemodulationen sind im 45° -Winkel zum einlaufenden Laserstrahl angeordnet, wodurch die Umstreuung nachfolgender Photonen in die axiale Richtung des Kondensats verstärkt wird. Durch die verstärkte Umstreuung werden noch mehr Atome in den oberen Impulszustand befördert, und der Kontrast der atomaren Stehwelle wächst an. Durch diese Rückkopplung steigt die Leistung des gestreuten Lichts exponentiell an.

Die Verstärkung kann nach [Ino99] folgendermaßen berechnet werden. Bei einer Anzahl von N_j streuenden Atomen und N_0 Atomen in Ruhe beinhaltet der Stehwellenkontrast der Materiewelle eine Modulation von $N_{\text{mod}} = 2\sqrt{N_0 N_j}$ Atomen. Die an diesen Atomen in die axiale Richtung gestreuten Lichtfelder interferieren konstruktiv miteinander. Die gestreute Lichtleistung ist somit proportional zum Quadrat der Atomzahl $P \propto N_{\text{mod}}^2$. Da jedes gestreute Photon ein Atom in einen höheren Impulszustand versetzt, gilt

$$\dot{N}_j \propto P \propto N_{\text{mod}}^2 = 4N_0 N_j, \text{ oder } \dot{N}_j = G_{\text{sr}} N_j . \quad (2.22)$$

Die superradiante Kleinsignal-Verstärkung G_{sr} ist nach [Ino99] gegeben durch

$$G_{\text{sr}} = R \frac{N_0}{8\pi/3} \Phi_s . \quad (2.23)$$

Hier bezeichnet $R = \Gamma\Omega^2/(4\Delta^2 + 2\Omega^2 + \Gamma^2)$ die Rayleigh-Streureate eines einzelnen Atoms, wobei Ω wieder die resonante Rabi-Frequenz des eingestrahlten Lichtfelds ist. Die Streuung erfolgt in den Raumwinkel $\Phi_s = \lambda^2/\pi w^2$, der durch die Lichtwellenlänge λ und die radiale Breite des Kondensats w gegeben ist. In (2.23) ist die Polarisation des Lichtfeldes senkrecht zur Streuebene gewählt, so dass die Dipolstrahlung aufgrund ihrer Charakteristik maximal in Richtung der langen Achse des Kondensats erfolgt. Mit der Annahme weit verstimmteter Lichtfelder $\Delta \gg \Omega, \Gamma$ folgt daraus

$$G_{\text{sr}} = \frac{\Omega^2}{\Delta^2} N_0 \frac{3\Gamma}{2k^2 w^2} . \quad (2.24)$$

Dieses Resultat für die superradiante Verstärkung kann auf die gleiche Form gebracht werden wie die Verstärkung bei CARL, wenn das Kondensat der Länge l als Resonator mit Finesse $F_{\text{sr}} = \pi$ und freiem Spektralbereich $\Delta_{\text{FSR}} = c/l$ interpretiert wird. Mit dieser Interpretation ist die Zerfallsrate des Lichts κ_{sr} durch die Zeitdau-

er gegeben, die das Licht benötigt, die Atomwolke zu verlassen: $\kappa_{sr} = \frac{\pi \Delta_{FSR}}{F_{sr}} = \frac{c}{l}$. Durch Multiplikation mit F_{sr} kann (2.24) umgeschrieben werden in

$$G_{sr} = \frac{\Omega^2 N_0}{2\Delta \kappa_{sr}} \frac{3\Gamma\pi c}{k^2 w^2 l \Delta} = \frac{\Omega^2 N_0 \Omega_1^2}{2\Delta \kappa_{sr} \Delta}. \quad (2.25)$$

Bei dieser Umformung wird die Beziehung $\Omega_1^2 = \frac{3\Gamma c}{k^2 w^2 l}$ verwendet, die aus (2.16) folgt. Somit ist (2.25) äquivalent zu (2.21), wodurch der Unterschied der Experimente an der Zerfallsrate der gestreuten Lichtfelder κ_c bzw. κ_{sr} festgemacht werden kann. Im Folgenden wird dieser Unterschied mit seinen Konsequenzen näher beleuchtet.

2.2.3 Unterschiede von CARL und Superradianz

CARL und Superradianz scheinen zunächst sehr unterschiedliche Systeme zu sein: Bei CARL befinden sich die Atome in Resonatoren, bei Superradianz nicht. CARL kann mit $100 \mu\text{K}$ heißen Atomen beobachtet werden [Kru04], Superradianz erfordert eine ultrakalte $T < 1 \mu\text{K}$ (wenn auch nicht kondensierte) Atomwolke, und die Verstimmung der Laserfrequenz zur atomaren Resonanz ist bei CARL typischerweise viel größer als bei Superradianz. Trotzdem besitzen CARL und Superradianz eine zentrale Gemeinsamkeit: die kollektive und selbstverstärkte Umstreuung eines Pumplichtfeldes in ein Analyselichtfeld bei gleichzeitiger Anordnung der Atome in einem Dichtegitter.

Der wesentliche Unterschied kommt zum Vorschein, wenn man die Entstehung der atomaren Dichtegitter betrachtet. Bei SR kommt das Dichtegitter durch Interferenz verschiedener Impulszustände der Atome zustande. Das Anheben von Atomen in höhere Impulszustände durch die Umstreuung von Photonen kann durch die Wirkung einer Dipolkraft interpretiert werden. Für die Ausbildung des Dichtegitters spielt die Dipolkraft allerdings keine direkte Rolle, da das gestreute Licht das Volumen, in dem sich die Atome befinden, in sehr kurzer Zeit verlassen hat. Dies spiegelt sich in einer sehr hohen Zerfallsrate des Lichtfeldes wider. Typische Werte bei den Superradianz-Experimenten betragen $\kappa_{sr} \simeq 10^{12} \text{ s}^{-1}$. Die superradiante Verstärkung mit typischen Werten von $G_{sr} \simeq 10^5 \text{ s}^{-1}$ ist demnach viel kleiner als die Zerfallsrate. Das bedeutet, dass gestreute Photonen den Wechselwirkungsbereich schon verlassen haben, bevor weitere Photonen gestreut werden. Die Kohärenz kann daher nicht im Lichtfeld gespeichert werden, sondern muss als Raman-Kohärenz zwischen atomaren Impulszuständen bestehen bleiben. Deshalb ist es wichtig, dass die thermische Energie der Atome kleiner ist als die Rückstoßenergie $k_B T < E_r = 4\hbar^2 k^2 / 2m$, mit m der Masse eines Atoms. Anderenfalls führt die Dopplerverbreiterung zum Verlust der Kohärenz der Impulszustände und in Folge zum Verlust des Kontrastes des Dichtegitters.

Bei CARL ist die Situation umgekehrt. Da CARL bei Temperaturen beobachtet wird, die sehr viel größer sind als die Rückstoßtemperatur $T_r = E_r / k_B$, können

Interferenzen verschiedener Impulszustände keine Rolle spielen, da diese bei hohen Temperaturen sofort verschmieren. Hier kommt nun die entscheidende Rolle des optischen Resonators zum Tragen. Da das Licht in eine Mode des Resonators gestreut wird, ist die Zerfallsrate nicht mehr durch die Länge der Atomwolke, sondern durch die Zerfallsrate des Resonators gegeben. Diese beträgt im Experiment $\kappa_c \approx 2\pi \times 20 \text{ kHz}$. Die Wechselwirkungszeit im Resonator ist somit um sieben Größenordnungen größer als ohne Resonator. Die Kleinsignalverstärkung im Resonator kann in einem großen Bereich $G \simeq 10^3 - 10^9 \text{ s}^{-1}$ variiert werden, ist aber größer als die Zerfallsrate. Daher kann die Kohärenz trotz hoher Temperaturen der Atome im Lichtfeld gespeichert werden. Anschaulich bedeutet das, dass die sich aufbauende Lichtstehwelle genügend Zeit hat, die Atome durch die Dipolkraft in ihre Bäuche zu ziehen.

Interessant wird es, wenn man ein Regime erreicht, in welchem die klare Trennung der beiden Effekte verschwindet. Dies ist der Fall, wenn die Atome bei CARL sehr kalt sind, so dass möglicherweise auch atomare Raman-Kohärenzen zwischen verschiedenen Impulszuständen eine Rolle spielen. Andererseits können die Super-radianz-Experimente in einem optischen Resonator durchgeführt werden. Bevor jedoch weiter auf dieses Thema eingegangen wird, sollen zunächst die dem CARL-Effekt zugrunde liegenden Gleichungen eingeführt werden.

2.3 Die CARL-Gleichungen

Bei der theoretischen Beschreibung des CARL-Effekts haben sich verschiedene Notationen eingebürgert. Die erste Notation beruht auf dem Originalvorschlag des CARL-Modells von Bonifacio und De Salvo [Bon94a] aus dem Jahre 1994. Im Folgenden wird die Notation des Modells von Ritsch et al. [Hec98, Gan00] verwendet, da die darin enthaltenen Größen physikalisch leichter zu interpretieren sind. Die beiden Modelle sind allerdings gleichwertig und können durch Umskalierung ineinander übergeführt werden. Die bisherigen experimentellen Arbeiten [Kru04, Cub06a] konnten rein klassisch erklärt werden, da die Temperatur immer sehr viel größer war als die Rückstoßtemperatur. In dieser Arbeit liegt die Temperatur der Atome in der Nähe der Rückstoßtemperatur $T \simeq T_r$ bzw. bei Experimenten mit Bose-Einstein-Kondensaten auch unterhalb. Eine korrekte Beschreibung des Systems erfordert daher eine Quantisierung des Impulses der Atome. Im Folgenden werden sowohl die klassischen als auch die quantisierten Gleichungen aus einem quantenmechanischen Ansatz abgeleitet.

Unter der Annahme, dass die angeregten Zustände der Atome nur schwach gesättigt werden und die interne atomare Zeitskala sehr viel schneller ist als die externe und die Resonator-Zeitskala, können die internen Freiheitsgrade der Atome adiabatisch eliminiert werden [Gan00]. Da im Folgenden die internen Freiheitsgrade komplett

vernachlässigt werden, anstelle adiabatisch eliminiert zu werden, fehlt letztlich ein Term in den CARL-Gleichungen. Im Rahmen der in Kapitel 2.3.1 gemachten Näherungen kann der Term jedoch vernachlässigt werden. Der Hamiltonoperator des Systems lautet

$$H = \frac{1}{2m} \sum_{j=1}^N p_j^2 + \hbar\Delta_c \left(a_-^\dagger a_- + a_+^\dagger a_+ \right) + \hbar U_0 \left(\sum_{j=1}^N a_-^\dagger a_+ e^{-2ikz_j} + c.c. \right). \quad (2.26)$$

Es bezeichnet p_j den Impuls und z_j den Ort des j -ten Atoms entlang der Richtung der Resonatormoden. Die Operatoren a_-^\dagger bzw. a_- erzeugen bzw. vernichten ein Photon in der Analysemode. Gleiches gilt für die Operatoren a_+^\dagger bzw. a_+ und die Pumpmode. Der mittlere Term in (2.26) beschreibt die photonische Energie. Durch Einführung der Verstimmung Δ_c zwischen der Lichtfrequenz und der Resonanzfrequenz des Resonators wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit der Energie-Nullpunkt auf den Zustand festgelegt, bei dem die Lichtfelder resonant zum Resonator sind. Der rechte Term beschreibt die Umstreuung von Photonen zwischen den Moden, wobei die Kopplungsstärke U_0 durch die Lichtverschiebung eines Photons (2.17) gegeben ist. Es gelten die Vertauschungsrelationen $[z_j, p_{j'}] = i\hbar\delta_{jj'}$ und $[a_\pm, a_\pm^\dagger] = 1$. Die Operatoren a_-, a_+ und p kommutieren miteinander. Die Heisenberg-Gleichungen $i\hbar\dot{x} = [x, H]$ mit $x = z_j, p_j, a_-, a_+$ beschreiben die zeitliche Entwicklung der Operatoren

$$\begin{aligned} \frac{dz_j}{dt} &= \frac{1}{i\hbar 2m} [z_j, p_j^2], \quad (2.27) \\ \frac{dp_j}{dt} &= -iU_0 \left[p_j, \left(a_-^\dagger a_+ e^{-2ikz_j} + a_- a_+^\dagger e^{2ikz_j} \right) \right], \\ \frac{da_-}{dt} &= -i\Delta_c [a_-, a_-^\dagger a_-] - iU_0 \sum_{j=1}^N \left[a_-, a_-^\dagger a_+ e^{-2ikz_j} + a_- a_+^\dagger e^{2ikz_j} \right], \\ \frac{da_+}{dt} &= -i\Delta_c [a_+, a_+^\dagger a_+] - iU_0 \sum_{j=1}^N \left[a_+, a_-^\dagger a_+ e^{-2ikz_j} + a_- a_+^\dagger e^{2ikz_j} \right]. \end{aligned}$$

Mit den abgeleiteten Vertauschungsrelationen $[z_j, p_{j'}] = 2i\hbar\delta_{jj'}p_j$, $[p_j, e^{\pm 2ikz_{j'}}] =$

$\pm 2\hbar k \delta_{jj'} e^{\pm 2ikp_j'}$ und $[a_-, a_-^\dagger a_-] = a_-$ erhält man

$$\begin{aligned} \frac{dz_j}{dt} &= \frac{p_j}{m}, \\ \frac{dp_j}{dt} &= -2i\hbar k U_0 \left(a_- a_+^\dagger e^{2ikz_j} - a_-^\dagger a_+ e^{-2ikz_j} \right), \\ \frac{da_-}{dt} &= -i\Delta_c a_- - iU_0 \sum_{j=1}^N a_+ e^{-2ikz_j}, \\ \frac{da_+}{dt} &= -i\Delta_c a_+ - iU_0 \sum_{j=1}^N a_- e^{2ikz_j}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Dies sind die Grundgleichungen des CARL-Effekts mit quantisierten Lichtfeldern. Die Quantisierung ist notwendig, wenn wenige Photonen beteiligt sind, wie es z.B. bei der Entstehung von Verschränkungen zwischen den Lichtfeldern und den Impulszuständen der Atome [Pio03] der Fall ist.³ Dies kann in weiterführenden Experimenten relevant sein. In dieser Arbeit sind jedoch beide Moden mit vielen Photonen besetzt, so dass die Lichtfelder im Folgenden klassisch betrachtet werden können. Die Operatoren a_\pm werden daher durch die normierten Lichtfelder α_\pm (2.14) ersetzt⁴, und man erhält

$$\begin{aligned} \frac{dp_j}{dt} &= -2i\hbar k U_0 \left(\alpha_- \alpha_+^* e^{2ikz_j} - \alpha_-^* \alpha_+ e^{-2ikz_j} \right), \\ \frac{d\alpha_-}{dt} &= -i\Delta_c \alpha_- - iU_0 \sum_{j=1}^N \alpha_+ e^{-2ikz_j} - \kappa_c \alpha_- + \eta_-, \\ \frac{d\alpha_+}{dt} &= -i\Delta_c \alpha_+ - iU_0 \sum_{j=1}^N \alpha_- e^{2ikz_j} - \kappa_c \alpha_+ + \eta_+. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Die erste Gleichung aus (2.28) wurde weggelassen, da ihre Aussage nur die allgemein bekannte Relation zwischen Geschwindigkeit und Impuls darstellt. Phänomenologisch eingeführt wurden hier Verluste der Lichtfelder mit der Resonatorzerfallsrate κ_c . Diese können auch als Relaxationen der Resonatormoden in das Kontinuum des Vakuums betrachtet und quantenmechanisch beschrieben werden. Die ebenfalls eingeführten Größen η_\pm bezeichnen die Raten, mit denen Licht in die Moden des Resonators gepumpt wird. Es sei hier angemerkt, dass in (2.28) zwar die Felder Observablen sind, die Größen z_j und p_j aber immer noch Operatoren darstellen.

³Zur Beschreibung der Verschränkung zwischen einem BEC und Photonen müssen auch die Atome in zweiter Quantisierung betrachtet werden.

⁴Die Leistung in den beiden Umlaufrichtungen des Resonators ist somit gegeben durch $P_\pm = \hbar\omega\Delta_{\text{FSR}}|\alpha_\pm|^2$.

2.3.1 Klassische CARL-Gleichungen

Wenn die beteiligten Atome viel heißer als die Rückstoßtemperatur sind, kann der Impuls der Atome als kontinuierliche Variable betrachtet werden. Die atomare Bewegung kann dann mit klassischen Newtongleichungen beschrieben werden. Die Gleichungen (2.29) sind äquivalent mit den in [Hec98, Gan00] hergeleiteten klassischen CARL-Gleichungen. Man muss nur die Operatoren z_j und p_j durch normale Variablen ersetzen. Die Gleichungen (2.29) werden im Folgenden daher auch als klassische CARL-Gleichungen bezeichnet. Die Gleichungen können physikalisch anschaulich interpretiert werden. Die Bewegung der Atome wird mit N Newtongleichungen beschrieben. Die Kraft, die auf ein Atom der Masse m wirkt, wird durch die Dipolkraft verursacht. Diese ist proportional zum Kontrast der optischen Stehwelle, welche durch die Kombination der Lichtfelder $\alpha_- \alpha_+^*$ gegeben ist. Außerdem ist die Dipolkraft abhängig von der Relativposition des Atoms zur sich bildenden Stehwelle im Resonator e^{-2ikz_j} .

Im Fall $\Delta_c \neq 0$ ist die Resonanzbedingung für die Lichtfrequenzen im Resonator nicht erfüllt. Dadurch kommt es zur Änderung der Lichtfelder aufgrund von destruktiver Interferenz mit sich selbst. Dieser Term weicht von früheren Arbeiten [Kru04, Cub06a, Hec98, Gan00] ab, wo statt Δ_c der Ausdruck $\Delta_c - NU_0$ verwendet wird. Der Term NU_0 kommt durch die oben erwähnte adiabatische Elimination der internen Freiheitsgrade zustande, die in (2.29) vernachlässigt wurde. Der Term kann als Verschiebung der Resonanzfrequenz des leeren Resonators durch die Anwesenheit von Atomen verstanden werden, da die Lichtfelder beim Durchlauf durch die Atome einen effektiven Brechungsindex erfahren, und sich die optische Länge des Resonators dadurch ändert. Im Folgenden wird ohne den Term NU_0 weitergearbeitet. Der Summenterm in (2.29) beschreibt die Umstreuung von Licht zwischen den Moden durch die Dipolkraft mit der Rate U_0 . Die Stärke der Umstreuung hängt von der atomaren Verteilung ab. Die Summe wird als Ordnungs-Parameter

$$b = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikz_n} \quad (2.30)$$

bezeichnet und nimmt Werte zwischen $b = 0$ bei homogener Verteilung der Atome und $b = 1$ bei perfekter Anordnung der Atome in einem Gitter an.

Die Gleichungen (2.29) werden in den früheren Arbeiten über CARL [Kru04, Cub06a] durch einige Annahmen vereinfacht. Einige der Vereinfachungen können auch in dieser Arbeit angewendet werden:

- Im Experiment wird nur eine der beiden Resonatormoden gepumpt. Diese wird mit α_+ bezeichnet. Die Pumprate der gegenläufigen Analysemode beträgt daher $\eta_- = 0$.
- Die Lichtleistung in der ungepumpten Analysemode ist viel kleiner als in der Pumpmode $|\alpha_-|^2 \ll |\alpha_+|^2$. Die Umstreuung von der Analyse- in die Pumpmode kann aus diesem Grund vernachlässigt werden. Außerdem wird der Leistungs-

verlust der Pumpmode durch Umstreuung vernachlässigt, was üblicherweise als non-depleted-pump-approximation bezeichnet wird.

- Um Licht in den Resonator einzukoppeln, ist der Pumplaser phasenstarr auf eine Resonanzfrequenz des Resonators stabilisiert. Aufgrund dieser Tatsache und mit $|\alpha_-|^2 \ll |\alpha_+|^2$ kann die Näherung $\Delta_c = 0$ verwendet werden.

Mit diesen Näherungen nehmen die Gleichungen folgende Form an:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_+ &= -\kappa_c \alpha_+ + \eta_+ , \\ \dot{\alpha}_- &= -\kappa_c \alpha_- - iNU_0 \alpha_+ b , \\ m\ddot{z}_n &= -2i\hbar k U_0 \alpha_+ (\alpha_- e^{2ikz_n} - \alpha_-^* e^{-2ikz_n}) . \end{aligned} \quad (2.31)$$

Das Lichtfeld der Pumpmode nimmt für eine feste Pumprate η_+ einen Gleichgewichtszustand ein. Aus (2.31) folgt somit $\alpha_+ = \eta_+/\kappa_c$, wodurch α_+ als konstante reelle Zahl ($\alpha_+ = \alpha_+^*$) angesehen werden kann. Auf Änderungen von η_+ und somit α_+ durch Einschalteteffekte wird in Kapitel 2.4.3 eingegangen.

In den Gleichungen (2.31) wird die wechselseitige Beeinflussung der Lichtfelder und der atomaren Bewegung deutlich. Einerseits ist die Umstreuung von der Pump- in die Analysemode über den Ordnungs-Parameter abhängig von der Anordnung der Atome in einem Gitter. Andererseits ordnen sich die Atome nur dann in einem Gitter an, wenn eine Dipolkraft auf sie wirkt. Diese ist wiederum abhängig vom Produkt der Feldamplituden der beiden Moden.

2.3.2 Quantisierte CARL-Gleichungen

Aus den Gleichungen (2.27) - (2.29) können Gleichungen für die Erwartungswerte der Operatoren hergeleitet werden, die in dieser Arbeit als quantisierte CARL-Gleichungen bezeichnet werden. Die genaue Rechnung wird in Anhang A durchgeführt. Sie orientiert sich an der Vorgehensweise in [Pio01], benützt aber die schon eingeführte Notation und Skalierung von Ritsch et al. [Hec98, Gan00]. Im Folgenden wird die Vorgehensweise grob umrissen, und die Ergebnisse werden präsentiert.

Die Bewegung des j -ten Atoms wird durch Einführen von Impulseigenzuständen $|n\rangle_j$ quantisiert. Es gilt $p_j |n\rangle_{j'} = 2n\hbar k \delta_{jj'} p_j |n\rangle_{j'}$. Die Wellenfunktion des j -ten Atoms wird als Linearkombination von Impulszuständen angesetzt

$$|\Psi(x_j)\rangle = \sum_n c_j(n) |n\rangle_j . \quad (2.32)$$

Mit diesem Ansatz folgt aus der Schrödingergleichung $i\hbar \frac{d|\Psi(z_j)\rangle}{dt} = H|\Psi(z_j)\rangle$ mit dem Hamiltonoperator (2.26) eine Gleichung für die Zeitentwicklung der Koeffizienten $c_j(n)$. Mit diesem Ergebnis kann eine Gleichung für die Zeitentwicklung der Koeffizienten der Dichtematrix $\varrho_{m,n} = \sum_j p_j |\Psi(x_j)\rangle \langle \Psi(x_j)|$ abgeleitet werden. Die Zeitentwicklung der Lichtfelder kann direkt aus (2.29) durch Berechnung des Erwartungswertes

tungswertes im Zustand $|\Psi(x_j)\rangle$ hergeleitet werden. Die Resultate lauten

$$\begin{aligned} \dot{\varrho}_{m,n} &= i(m-n) [\omega_r(m+n) - \Delta_c] \varrho_{m,n} + \\ &\quad + iU_0\alpha_+ [\alpha_- (\varrho_{m+1,n} - \varrho_{m,n-1}) + \alpha_-^* (\varrho_{m-1,n} - \varrho_{m,n+1})] , \\ \dot{\alpha}_- &= -\kappa_c\alpha_- - iNU_0\alpha_+ \sum_n \varrho_{n,n+1} . \end{aligned} \quad (2.33)$$

Hierbei bezeichnet $\omega_r = E_r/\hbar = 4\hbar k^2/2m$ die Rückstoßfrequenz, also die als Frequenz ausgedrückte Energieverschiebung bei einem Rückstoß von $2\hbar k$. Die Gleichung für α_+ wurde weggelassen, da die Pumpmode als konstant betrachtet werden kann. Die Interpretation ist hier nicht so einfach wie bei den klassischen Gleichungen (2.31). Man sieht jedoch in der Dichtematrixgleichung, dass durch die Dipolkraft U_0 benachbarte Impulszustände gekoppelt werden. Die Gleichung für das Lichtfeld der Analysemode α_- ist äquivalent zur klassischen Gleichung (2.31), wobei der Ausdruck $\sum_n \varrho_{n,n+1}$ dem Ordnungs-Parameter b entspricht. Der mittlere Impuls ist gegeben durch $\langle p \rangle = \sum_n n \varrho_{n,n}$.

2.3.3 Spiegelrückstreuung und Strahlungsdruck

Bisher wurden die Effekte der Spiegelrückstreuung und des Strahlungsdrucks vernachlässigt. Dadurch beinhalten die CARL-Gleichungen nur die wesentlichen Eigenschaften der CARL-Physik, ohne von nebensächlichen Effekten gestört zu werden. Diese Idealisierung muss bei der Beschreibung realer Systeme leider aufgegeben werden. Daher werden im Folgenden die CARL-Gleichungen um diese beiden Effekte erweitert.

Zunächst wird auf die Spiegelrückstreuung eingegangen. Durch kleinste Verunreinigungen auf den Spiegeloberflächen kann es zu einer Umstreuung von Licht mit einer Rate U_s zwischen den Moden des Resonators kommen. Anders als bei den Atomen ändert sich die Position des umstreuenden Spiegels z_s durch die Umstreuung nicht. Dieser Effekt wird durch den Hamiltonoperator

$$H_{\text{spr}} = \hbar U_s \left(a_+ a_-^\dagger e^{-2ikz_s} + c.c. \right) \quad (2.34)$$

beschrieben. Dieser Term wird zum Hamiltonoperator aus Gleichung (2.26) addiert: $H \rightarrow H + H_{\text{spr}}$. Da die Streuung auf den drei Spiegeloberflächen des Resonators geschieht, müsste eigentlich eine Summe von drei Streutermen betrachtet werden. Dies wird in Kapitel 5.5.5 diskutiert, in dem Effekte untersucht werden, die auf Interferenz des von den drei Spiegeloberflächen zurückgestreuten Lichts zurückzuführen sind. Für feste Abstände zwischen den Spiegeln und eine feste Wellenlänge des Lichts kann die Spiegelrückstreuung aber durch eine effektive Rückstreuung wie in (2.34) beschrieben werden. Der Hamiltonoperator H_{spr} führt zu einem zusätzlichen Term in der Feldgleichung der klassischen und quantisierten CARL-Gleichungen (2.31) und (2.33). Die um die Spiegelrückstreuung erweiterte Gleichung für die Analysemode

lautet

$$\dot{\alpha}_- = -\kappa_c \alpha_- - iNU_0 \alpha_+ b - iU_s \alpha_+ . \quad (2.35)$$

Dies ist äquivalent zu der in [Kru04] hergeleiteten Gleichung, wobei hier ohne Beschränkung der Allgemeinheit $z_s = 0$ gesetzt wird und U_s als reelle Zahl angenommen wird. Spiegelrückstreuung, die zu Lichtverlusten aus der Analysemode α_- führt, wird analog zu den in Kapitel 2.3.1 gemachten Näherungen vernachlässigt .

Der Effekt des Strahlungsdrucks kommt durch eine Absorption von Photonen bei gleichzeitiger Anregung der Atome zustande. Um dies physikalisch zu beschreiben, müssen daher die internen Freiheitsgrade der Atome im Hamiltonoperator berücksichtigt werden, wie in [Gan00] gezeigt. Durch eine adiabatische Eliminierung der internen Freiheitsgrade entstehen dann Terme in den CARL-Gleichungen, welche die Wirkung des Strahlungsdrucks beschreiben. Während durch die Spiegelrückstreuung nur die Feldgleichung modifiziert wird, hat der Strahlungsdruck sowohl einen Einfluss auf die Änderung der Lichtfelder als auch auf die Bewegung der Atome. Ausgehend von (2.31) ergeben sich die klassischen CARL-Gleichungen mit Strahlungsdruck und Spiegelrückstreuung [Gan00] ⁵

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_- &= -\kappa_c \alpha_- - N\gamma_0 \alpha_- - N(\gamma_0 + iU_0) \alpha_+ b - iU_s \alpha_+ , \\ m\ddot{z}_j &= -\hbar k \gamma_0 (|\alpha_+|^2 - |\alpha_-|^2) - 2i\hbar k U_0 \alpha_+ (\alpha_- e^{2ikz_j} - \alpha_-^* e^{-2ikz_j}) . \end{aligned} \quad (2.36)$$

Die Feldgleichung der Pumpmode wird hier nicht berücksichtigt, da sie mit den Näherungen aus Kapitel 2.3.1 als konstant betrachtet werden kann. Die auf Strahlungsdruck zurückzuführenden Terme sind proportional zur Streurrate pro Atom γ_0 (2.18). Das Lichtfeld α_- verliert einerseits durch den Strahlungsdruck Photonen, andererseits kommen Photonen durch Umstreuung aus dem Pumplichtfeld α_+ hinzu. Umstreuung zwischen den Moden kann daher sowohl durch die Dipolkraft als auch durch den Strahlungsdruck verursacht werden. Beide Effekte sind proportional zum Ordnungs-Parameter, also zur Dichtemodulation der Atome. Der Strahlungsdruck führt auch zu einer Kraft auf die Atome, die durch das Ungleichgewicht der beiden gegenläufigen Lichtfelder gegeben ist.

Der Strahlungsdruck könnte auch in den quantisierten CARL-Gleichungen berücksichtigt werden. Darauf wird hier verzichtet, da die in dieser Arbeit gezeigten Messungen mit den klassischen CARL-Gleichungen simuliert werden können (siehe Kapitel 2.4.1).

⁵Bei früheren Dissertationen [Kru04, Cub06a] und Publikationen [Hec98, Gan00] ist der Strahlungsdruck proportional zu $2\hbar k$ und scheint daher doppelt so groß zu sein. Dies liegt jedoch an der Definition der natürlichen Linienbreite. Hier wird die volle Halbwertsbreite von ^{87}Rb verwendet: $\Gamma = 2\pi \times 6 \text{ MHz}$. In den o.g. Arbeiten ist Γ als halbe Halbwertsbreite definiert.

2.4 Simulation der Gleichungen

Sowohl die klassischen als auch die quantisierten CARL-Gleichungen können mit einem einfachen PC-Rechner simuliert werden. Die Zeit wird hierbei in kleine Abschnitte dt unterteilt, und die Messgrößen f werden mit einem Runge-Kutta Verfahren 1-ter Ordnung (explizites Euler-Verfahren) berechnet

$$f(t + dt) = f(t) + \dot{f}(t) \cdot dt, \quad (2.37)$$

wobei im klassischen Fall $f = \alpha_-, p_j, x_j$ und im quantisierten Fall $f = \alpha_-, \rho$ ist. Im klassischen Fall hat man bei N Atomen pro Zeitintervall $2N + 1$ Gleichungen zu lösen. Dies ist bei typischen Atomzahlen von $N > 10^5$ nicht realisierbar. Daher werden meist nur $N_s = 10^2$ Atome simuliert, wobei ein Simulationsatom N/N_s reale Atome repräsentiert. Der Ordnungs-Parameter wird mit den N_s Simulationsatomen berechnet, bei allen übrigen Atomzahlen wird aber der wahre Wert N eingesetzt. Als Anfangsbedingungen wird angenommen, dass die N_s Atome im Ortsraum über eine halbe Wellenlänge $\lambda/2$ mit konstanten Abständen und konstanter Liniendichte verteilt sind. Im Impulsraum werden zwei alternative Anfangsbedingungen verwendet. Bei der Simulation sehr kalter Atome wird angenommen, dass alle Atome zu Beginn in Ruhe sind ($p_j = 0, \forall j$). Wenn der Einfluss der Temperatur T untersucht werden soll, werden die Anfangsimpulse normalverteilt: $p_j = \sqrt{mk_B T} \cdot Z_j$, mit Z_j einer normalverteilten Zufallsvariable mit $\langle Z_j \rangle = 0$ und $\langle Z_j^2 \rangle = 1$.⁶ Für eine feste Temperatur wird die Simulation mehrmals durchgeführt, und die Ergebnisse werden gemittelt. Die Analysemode wird zu Beginn mit einer Photonenzahl von 0.1 bis 10 Photonen besetzt. Dies ist realistisch, da sich durch Spiegelrücksteuung einige Photonen in der Mode befinden können.

Die quantisierten Gleichungen sind insofern leichter zu simulieren, als nur zwei Gleichungen pro Zeitschritt gelöst werden müssen: eine für die Mode α_- und eine für die Dichtematrix ρ . Die Dichtematrix wird als $(2n + 1) \times (2n + 1)$ -Matrix angesetzt und beschreibt die Besetzungen und Kohärenzen der Impulszustände $| -n \rangle$ bis $| +n \rangle$. Die Matrix muss genügend groß gewählt werden, so dass die Zustände mit den betragsmäßig größten Impulsen innerhalb der Simulation nicht besetzt werden. Anderenfalls divergiert die Simulation. Typischerweise wird $n = 15$ gewählt.

In die Simulationen gehen die oben genannten Anfangsbedingungen und das Pumplichtfeld $\alpha_+(t)$ ein. Dieses ist aufgrund von Einschalteteffekten (2.4.3) im Allgemeinen zeitabhängig. Die Simulationsergebnisse sind die Zeitentwicklung der Analysemode $\alpha_-(t)$, im klassischen Fall die Impulse und Orte der Atome und im quantisierten Fall die Dichtematrix bzw. die Besetzung der verschiedenen Impulszustände. Daraus können Größen wie der Ordnungs-Parameter und der mittlere Impuls abgeleitet werden.

Die in dieser Arbeit wichtigste Messgröße ist der Verlauf des Lichtfelds der Analysemode. Ziel ist es, die experimentell gemessenen Kurven möglichst gut zu verstehen.

⁶Somit gilt $\frac{\langle p^2 \rangle}{2m} = \frac{1}{2} k_B T$.

Dazu ist es wichtig, verschiedene Effekte unterscheiden zu können, um die physikalisch relevanten Strukturen zu isolieren. Dazu wird im Folgenden der Einfluss verschiedener Effekte untersucht, indem die Effekte bei den Simulationen an- und ausgeschaltet werden.

2.4.1 Vergleich semiklassischer und quantisierter Gleichungen

Bei den Messungen in dieser Arbeit besitzen die Atome eine Temperatur in der Größenordnung der Rückstoßtemperatur T_r . Daher kann die Dynamik der Atome nur mit einer Quantisierung des Impulses korrekt beschrieben werden. Es stellt sich aber die Frage, ob eine klassische Beschreibung näherungsweise die Ergebnisse der Quantisierung reproduziert. Abbildung 2.2 zeigt ein typisches Simulationsergebnis der CARL-Gleichungen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Leistung der Pumpmode auf $P_{\text{Pump}} = 1 \text{ W}$ gesetzt, in der Analysemode befindet sich 1 Photon. Die Starttemperatur bei beiden Simulationen ist $T_{\text{Start}} = 0$, die Verstimmung der Lichtwellenlänge von der $D1$ -Linie beträgt $\Delta_1 = -2 \text{ nm}$. In a) ist die Lichtleistung in der Analysemode dargestellt. Die rote Kurve ist mit den klassischen CARL-Gleichungen simuliert worden, die schwarze Kurve mit den quantisierten Gleichungen. In beiden Fällen kommt es nach einer Verzögerungszeit von etwa $10 \mu\text{s}$ zu einer Abfolge von mehreren unregelmäßigen Maxima und Minima. Die Linienform ist während der ersten beiden Maxima identisch. Danach treten leichte Abweichungen zwischen den Simulationsergebnissen auf, wobei die quantisierten Gleichungen zu feineren Strukturen im Ergebnis führen. In b) ist der mittlere Impuls der Atome dargestellt. Auch hier ist zu sehen, dass die beiden Kurven anfangs übereinstimmen und nach ca. $20 \mu\text{s}$ voneinander abweichen. Die klassische Simulation führt zu einer kleineren Impulsverschiebung als die quantisierte. Da die Übereinstimmung vor allem zu Beginn sehr gut ist und bei der Auswertung der Daten nur das erste Maximum berücksichtigt wird, können für Simulationen sowohl die klassischen als auch die quantisierten Gleichungen benutzt werden.

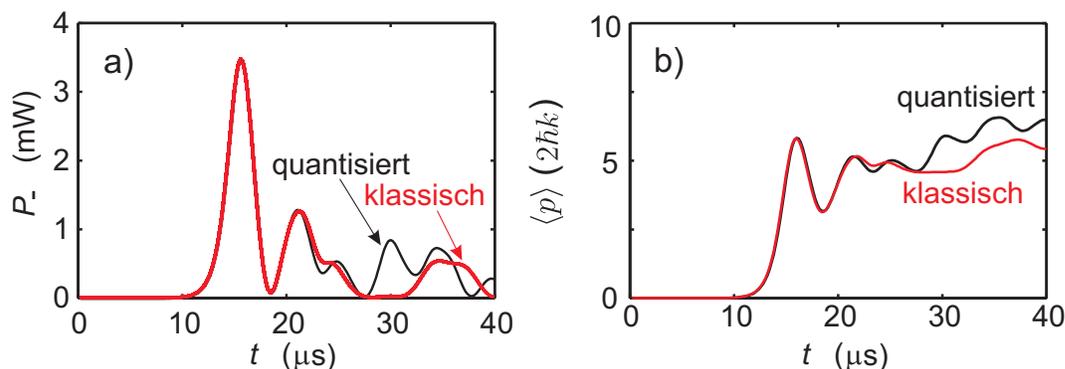


Abbildung 2.2: Simulation der klassischen und quantisierten Gleichungen. a) Lichtleistung in der Analysemode. b) Mittlerer Impuls der Atome.

2.4.2 Strahlungsdruck

Für typische Parameter ⁷ werden nach (2.12) während der Zeitdauer eines Experiments in dieser Arbeit einige Prozent der Atome durch Strahlungsdruck beschleunigt und aufgeheizt. Dies ist zwar ein kleiner, aber nicht zu vernachlässigender Anteil an Atomen, die durch Strahlungsdruck in die gleiche Richtung wie durch CARL beschleunigt werden. Zudem kann es durch das Aufheizen der Atome zu einer Abnahme der Dichtestrukturierung und dadurch zu einer Abschwächung des CARL-Effekts kommen. In Abbildung 2.3 sind Simulationen der klassischen Gleichungen mit und ohne Strahlungsdruck dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird die Leistung der Pumpmode auf $P_{\text{Pump}} = 5 \text{ W}$ gesetzt, und in der Analysemode befindet sich 1 Photon. Die Starttemperatur bei beiden Simulationen ist $T_{\text{Start}} = 0$, die Verstimmung der Lichtwellenlänge von der $D1$ -Linie beträgt $\Delta_1 = -1 \text{ nm}$. Wie in a) ersichtlich, hat der Strahlungsdruck erst nach Erreichen des dritten Maximums einen merklichen Effekt auf die Leistung der Analysemode. Diese Beobachtung gilt auch für die mittlere Geschwindigkeit in b). Erst nach drei Oszillationen ist eine Abweichung erkennbar. In dem gezeigten Beispiel werden die Atome bei Berücksichtigung des Strahlungsdrucks stärker beschleunigt als ohne. Dies scheint auf den ersten Blick verständlich zu sein, wenn man den Strahlungsdruck als Kraft annimmt, die zur Beschleunigung durch CARL hinzukommt. Dieses Bild ist für hohe Pumpleistungen richtig, im Allgemeinen muss aber die Rückwirkung des Strahlungsdrucks auf den CARL-Effekt berücksichtigt werden. Der Strahlungsdruck führt nämlich zu einem Heizen der Atome und wirkt somit einer räumlichen Strukturierung entgegen. Dadurch wird der CARL-Effekt abgeschwächt, so dass der erreichte mittlere Impuls ohne Berücksichtigung des Strahlungsdrucks auch größer sein kann als mit.

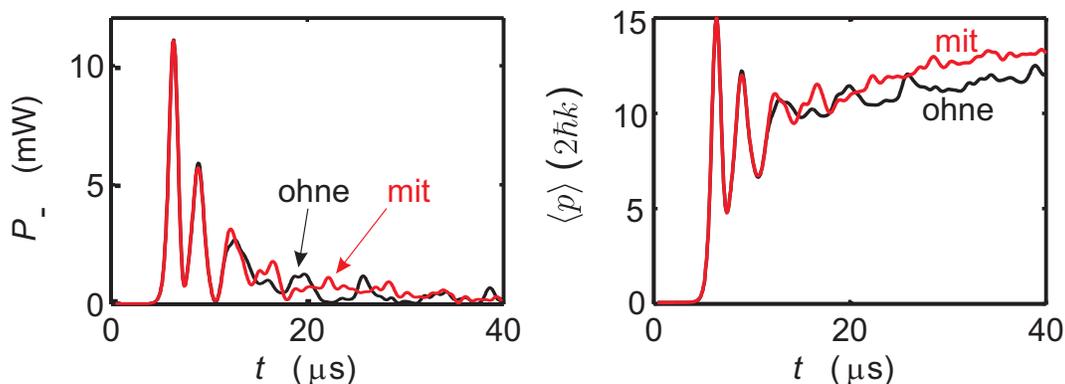


Abbildung 2.3: Simulation mit und ohne Einbeziehung von Strahlungsdruck. a) Lichtleistung in der Analysemode. b) Mittlerer Impuls der Atome.

⁷ $\Delta_1 = -2 \text{ nm}$, $P_{\text{Pump}} = 1 \text{ W}$

2.4.3 Einschalteneffekte

In den bisherigen Simulationen wurde zum Zeitpunkt $t = 0$ die Leistung der Pumpmode schlagartig von null auf P_{Pump} gesetzt. Dies ist experimentell nicht möglich. Zunächst gibt es eine durch die Linienbreite des Resonators (siehe Kapitel 5.5) vorgegebene Zeitkonstante von $\tau = 3.9 \mu\text{s}$, mit der sich das Lichtfeld im Resonator aufbauen kann. Aufgrund der experimentellen Vorgehensweise in dieser Arbeit (siehe Kapitel 6.2) wird die Zeitdauer auf ca. $20 \mu\text{s}$ verlängert, bis die Leistung in der Pumpmode des Resonators ihren vollen Wert erreicht hat. Die Tatsache, dass das Pumplichtfeld nicht beliebig schnell angeschaltet werden kann, beeinflusst die Kurvenform der Analysemode. In Abbildung 2.4 werden klassische CARL-Simulationen verglichen, bei denen die Pumpleistung einmal sehr schnell und einmal in einer realistischen Zeitdauer hochgefahren wird. Die übrigen Simulationsparameter sind wie in Abbildung 2.2 gewählt. Die Höhen und Formen der ersten beiden Maxima weichen kaum voneinander ab, sind aber zeitlich zueinander verschoben. Wenn die Höhe des ersten Maximums ausgewertet wird, kann daher auf eine korrekte Simulation der Einschaltvorgänge verzichtet werden. Bei einer Auswertung der Zeitverzögerung vom Einschalten bis zum Erreichen des ersten Maximums müssen die Einschaltvorgänge aber berücksichtigt werden. Das gleiche gilt, wenn gemessene Kurvenformen mit Simulationen verglichen werden. In diesem Fall wird der gemessene Anstieg der Pumpmode in der Simulation verwendet.

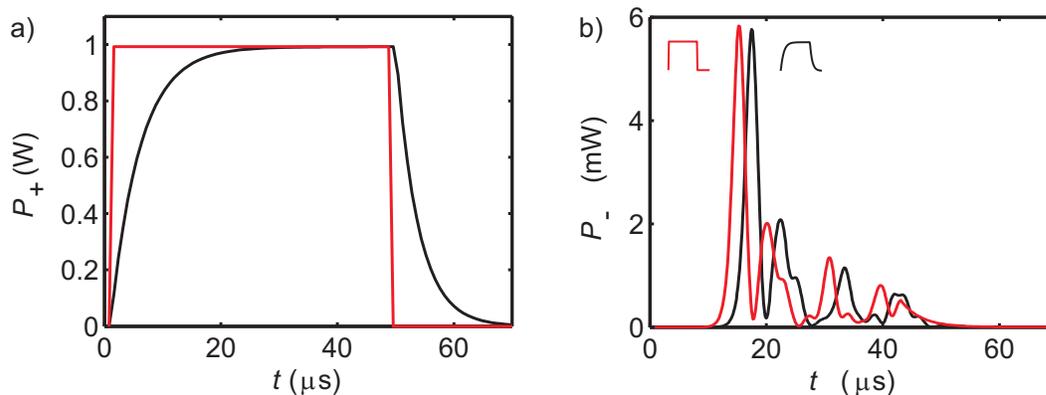


Abbildung 2.4: Simulation verschiedener Einschaltvorgänge. a) Leistung in der Pumpmode. b) Leistung in der Analysemode

2.5 Die Regime des CARL-Modells

In Kapitel 2.2 wurden der CARL-Effekt und Superradianz bereits eingeführt und in Bezug auf die Kleinsignal-Verstärkung miteinander verglichen. Wie sich herausgestellt hat, lässt sich der Unterschied an einer unterschiedlichen Zerfallsrate κ des Lichts festmachen. Diese ist im Fall von CARL durch die Linienbreite des Resonators

κ_c und im Fall der Superradianz κ_{sr} durch die Zeit gegeben, die das Licht benötigt, die Atomwolke zu verlassen. Eine genauere Untersuchung der Systeme [Pio01] zeigt jedoch, dass zur korrekten Einordnung der Experimente neben κ noch eine weitere Variable benötigt wird, der CARL-Parameter ϱ . Dieser ist nach [Pio01] definiert als

$$\varrho^3 = \frac{\Omega^2 \omega d^2 N}{4\hbar \Delta^2 \epsilon_0 V \omega_r^2}. \quad (2.38)$$

Durch Einsetzen von (2.13) und (2.16) in (2.38) erhält man

$$\varrho^3 = \frac{\Omega^2 N \Omega_{1s}^2 N}{2\Delta^2 \omega_r^2} = \frac{G}{\omega_r} \cdot \frac{\kappa_{c,sr}}{\omega_r}, \quad (2.39)$$

wobei die Gleichheit zur Kleinsignalverstärkung G durch Vergleich mit (2.21) folgt. Somit ist ϱ^3 gleich dem Produkt aus der Kleinsignalverstärkung und der Zerfallsrate des Lichts, wobei beide Größen in Einheiten der Rückstoßfrequenz berechnet werden. Wie sich im Folgenden herausstellen wird, können sowohl G/ω_r als auch κ/ω_r als Verstärkungsbandbreiten interpretiert werden und bestimmen die Anzahl der bei einer Umstreuung gekoppelten Impulszustände. Der CARL-Parameter ist ein Maß für die aus den beiden Einzeleffekten zusammengesetzte Gesamtwirkung.

Mit den zwei Variablen κ und G lassen sich vier mögliche Gruppen von Experimenten unterscheiden (Abbildung 2.5). Um die Regime anschaulich verstehen zu können, wird eine weitere Variable, die Verstärkungsbandbreite ω_G , eingeführt. Sie ist definiert als Halbwertsbreite der frequenzabhängigen Kleinsignal-Verstärkung $G(\delta\omega)$, wobei $\delta\omega$ die Differenzfrequenz der Photonen vor und nach einer Streuung bezeichnet. Die Verstärkungsbandbreite kann über die Zeit/Energie-Unschärfe als Leistungsverbreiterung der Kleinsignal-Verstärkung (2.19) verstanden werden, somit gilt $\omega_G \sim G$ [Rob05]. Bei einer Streuung wird dadurch die Besetzung im Impulsraum von einer gegebenen Impulsklasse auf eine Anzahl von Impulszuständen der Größenordnung $n_p = G/\omega_r$ umverteilt.

2.5.1 Vom Quantenregime ins klassische Regime

Ob ein Experiment im Quanten- oder im semiklassischen Regime ist, hängt nach [Rob05] von der Größe der Verstärkung G ab. Im Quantenregime ist die Verstärkungsbandbreite kleiner als die Rückstoßfrequenz $G \ll \omega_r$. Streng genommen gilt diese Bedingung nur im bad cavity Regime, da für $\kappa/\omega_r \rightarrow 0$ die Verstärkung G divergiert. Ein besseres Entscheidungskriterium wird in [Pio01] gegeben. Demnach wird das Quantenregime im Fall $\kappa = 0$ für $\varrho < 1$ und im Fall $\kappa \gg 1$ für $\varrho < \sqrt{2\kappa}$ erreicht, wobei die dimensionslose Zerfallsrate κ durch $\kappa = \kappa_{c,sr}/\omega_r \varrho$ definiert ist. Im Quantenregime werden jeweils nur benachbarte Impulszustände miteinander gekoppelt. Der Impuls kann sich hierbei nur durch Absorption eines Photons aus dem Pumplichtfeld und Emission in das Streulichtfeld ändern, mit der Notation aus Abbildung 2.5 also von $|p\rangle$ zu $|p+1\rangle$. Die Dynamik kann dann durch ein Zweiniveausystem zweier Impulszustände beschrieben werden, und die CARL-Gleichungen vereinfachen sich

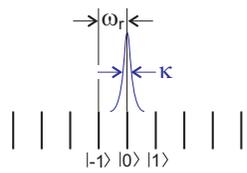
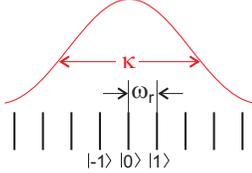
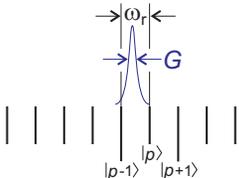
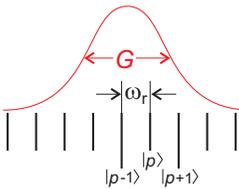
		Konservativ / 'good cavity'	Dissipativ / 'bad cavity'				
							
Quantisiert			Quanten-CARL		Superradianz: MIT, 1999		
Semiklassisch			Ultrakalter / BEC CARL: Tüb, 2006		Resonator-Superradianz: Tüb, 2006		
			Thermischer CARL: Tüb, 2003		Superradianz: MIT, 2003		
		im Resonator			ohne Resonator		
						ultrakalte Atome / BEC	
						thermische Atome	

Abbildung 2.5: Experimente in den verschiedenen Regimen des CARL-Modells. Mit der Einteilung in semiklassisch und quantisiert bzw. konservativ und dissipativ existieren vier verschiedene Regime. Die Experimente können jedoch auch nach den Kriterien unterschieden werden, ob sie in einem Resonator stattgefunden haben oder nicht bzw. ob die beteiligten Atome ultrakalt (BECs) sind oder es sich um eine thermische Atomwolke handelt. Dadurch kann die Einteilung weiter verfeinert werden. Die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente befinden sich im semiklassischen Regime und werden mit ultrakalten bzw. kondensierten Atomen durchgeführt. Es wird sowohl das konservative als auch das dissipative Regime erreicht. Beide Experimente werden in einem Resonator durchgeführt.

zu den Maxwell-Bloch-Gleichungen [Pio01]. Das System bleibt hierbei vollständig kohärent. Das erste Experiment in diesem Regime war das der superradianten Rayleighstreuung von Inouye et al. [Ino99] am Massachusetts Institute of Technology (MIT) im Jahre 1999, bei welchem die Asymmetrie in der resultierenden Impulsverteilung in Flugzeitbildern zu sehen ist. Das Verhältnis der Verstärkung zur Rückstoßfrequenz beträgt bei diesem Experiment nach [Rob05] $G/\omega_r \sim 0.53 < 1$. In der Notation nach [Pio01] beträgt der CARL-Parameter $\varrho = 203$. Mit $\kappa_{sr} = 2\pi \times 1.2 \cdot 10^{11}$ Hz erhält man $\kappa = 7.9 \cdot 10^4$. Daraus folgt $\varrho < \sqrt{2\kappa} = 397$, das Experiment findet somit im quantenmechanischen Limes statt.

Der klassische Limes wird erreicht für $G \gg \omega_r$ bzw. $\varrho > 1$ für $\kappa = 0$ und $\varrho \gg \sqrt{\kappa}$ für $\kappa > 1$. Die Situation ist in diesem Regime anders, da viele Impulsklassen miteinander gekoppelt werden. Es kommt daher neben einer Beschleunigung des mittleren Impulses (in Abbildung 2.5 hin zu kleineren Impulsen) auch zu einer Verbreiterung der Impulsverteilung. Die Verbreiterung führt dazu, dass auch Impulszustände mit negativem Impuls besetzt werden können, also z.B. $|p-1\rangle$. Dies ist äquivalent dazu, dass sowohl Photonen in das Streulichtfeld emittiert als auch daraus absorbiert werden. Die Diffusion des Impulses in viele Impulsklassen führt außerdem zu einer Dekohärenz des Systems. Durch eine kleine Modifikation der Parameter aus [Ino99] gelang Schneble et al. [Sch03] ebenfalls am MIT im Jahre 2003 ein Experiment im semiklassischen Regime. Flugzeitbilder zeigen hier eine symmetrische Impulsverteilung. Bei diesem Experiment beträgt nach [Rob05] der Parameter $G/\omega_r \sim 58 \gg 1$. Mit der Notation nach [Pio01] lauten die entsprechenden Parameter $\varrho = 973$ und $\kappa = 1.6 \cdot 10^4$. Daraus folgt $\varrho \gg \sqrt{\kappa} = 126$, dieses Experiment bewegt sich somit im semiklassischen Limes.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die Unterscheidung in Quanten- bzw. semiklassisches Regime nicht von der anfänglichen Temperatur der Atome abhängt. Im Superradianz-Experiment [Sch03] von 2003 wird z.B. ein Bose-Einstein-Kondensat verwendet. Trotzdem findet der Effekt im semiklassischen Regime statt. Auch die Tatsache, dass einzelne Impulsklassen der resultierenden Impulsverteilung in Flugzeitbildern aufgelöst werden können, ändert daran nichts. Dies ist deswegen möglich, da das Experiment auf einer sehr kurzen Zeitdauer von wenigen μs abläuft, wo erst wenige Impulsklassen umverteilt werden konnten.

2.5.2 Vom bad-cavity ins good-cavity-Regime

Das Quantenregime und das semiklassische Regime können beide in zwei weitere Bereiche unterteilt werden. Diese werden in [Pio01] als konservatives und dissipatives bzw. good-cavity und bad-cavity-Regime bezeichnet. Das Unterscheidungskriterium ist die Größe der Strahlungsverluste, die im konservativen Fall vernachlässigbar sind und im dissipativen Fall berücksichtigt werden müssen. Die Strahlungsverluste werden durch die oben definierte Zerfallsrate κ beschrieben. Die Bezeichnung als good-cavity $\kappa \ll 1$ bzw. bad-cavity $\kappa > 1$ resultiert aus der Interpretation der Zerfallsrate als Linienbreite eines Resonators (cavity). Im Folgenden spielt die Tatsache eine große Rolle, dass die Streurate der Photonen von der Zustandsdichte $g(\omega)$ des Endzustands abhängt. Ist die Zustandsdichte beispielsweise null, so können in diese Mode auch keine Photonen emittiert werden. Ist die Zustandsdichte aber in einem gewissen Frequenzbereich überhöht, wird die Umstreuung in Moden dieses Frequenzbereichs begünstigt. Im Folgenden bezeichne ω_0 die Frequenz des Pumplichtfelds. Die Frequenz des Streulichts $\omega_s = \omega_0 + n\omega_r$ unterscheidet sich von ω_0 um Vielfache n der Rückstoßfrequenz. Da $\omega_r \ll \omega_0$ gilt, kann die Zustandsdichte des Vakuums als konstant angesehen werden. Ein Resonator ändert abhängig von seiner Güte (Kapitel 5.5.1) die Zustandsdichte des Vakuums. Ein schlechter Resonator

(bad cavity) bewirkt nur eine sehr kleine Modulation der Vakuums-Zustandsdichte, ein guter Resonator (good cavity) konzentriert die Zustandsdichte auf sehr scharfe und hohe Resonanzen.⁸ Dieser Sachverhalt ist in der oberen Zeile der Abbildung 2.5 skizziert. Die Resonanzbreite κ spielt hier, wie zuvor G , die Rolle einer Verstärkungsbandbreite. Unter der Annahme, dass die Frequenz des Pumplichtfelds auf eine Resonanz des Resonators stabilisiert ist, ist die Zustandsdichte symmetrisch um den Ausgangszustand $|p\rangle = |0\rangle$ zentriert. Dies ist anders als bei der Verstärkung G , wo jeder beliebige Impulszustand $|p\rangle$ als Ausgangszustand betrachtet werden kann. Die Anwesenheit eines Resonators bricht die Symmetrie und zeichnet den Zustand $|0\rangle$ aus. Impulszustände, die innerhalb der Verstärkungsbandbreite κ liegen, können ohne Einschränkung besetzt werden. Dies führt im Limes des schlechten (bzw. nicht vorhandenen) Resonators zu einer unbegrenzten Beschleunigung der Atome. Wird die Güte des Resonators erhöht, bildet die Zustandsdichte ein Resonanzprofil aus. Dadurch können Atome nur noch bis zu einem maximalen Impuls beschleunigt werden, der durch die Verstärkungsbandbreite gegeben ist. Im Limes eines sehr guten Resonators kann sich der Impuls der Atome dadurch höchstens um einen Rückstoßimpuls ändern.

Bei den beiden Superradianz-Experimenten am MIT ist $\kappa \gg 1$. Die Linienbreite des hypothetischen Resonators ist somit sehr viel größer als die Rückstoßfrequenz. Beide Experimente befinden sich weit im dissipativen Regime.

2.5.3 Simulation der Regime

Nachdem oben die physikalischen Gründe für die Unterscheidung in verschiedene Regime dargelegt worden sind, wird jetzt auf die beobachtbaren Charakteristika der Regime eingegangen. Hierzu werden in jedem Regime Simulationen der quantisierten CARL-Gleichungen durchgeführt. Bei den Simulationen werden die Lichtleistung der Analysemode und die Impulsverteilung der Atome berechnet. Experimentell kann die Impulsverteilung mit Flugzeitaufnahmen der Atome bestimmt werden, wenn die Temperatur zu Beginn genügend klein ist. Zunächst wird auf das quantisierte Regime eingegangen. Sowohl im good-cavity-Regime (Abbildung 2.7) als auch im bad-cavity-Regime (Abbildung 2.6) durchläuft die Lichtleistung selbstähnliche Maxima. Der Unterschied wird erst in der Impulsverteilung deutlich. Im good-cavity-Regime oszilliert die Besetzung zwischen den Impulszuständen $|p\rangle = |0\rangle$ und $|p\rangle = |1\rangle$ hin und her. Die Verstärkungsbandbreite wird hierbei durch die Anwesenheit des Resonators so weit eingeschränkt, dass keine höheren Impulsklassen besetzt werden können. Der Endzeitpunkt der Simulation ist so gewählt, dass sich nahezu alle Atome wieder im Ausgangszustand befinden. Im bad-cavity-Regime hingegen verschiebt sich die Besetzung bei jedem superradianten Lichtpuls zur nächstniedrigeren Impulsklasse. Da sich das System im quantisierten Regime befindet, findet diese Im-

⁸Für den Abstand dieser Resonanzen Δ_{FSR} (siehe auch Kapitel 3.3) gilt in dieser Arbeit $\Delta_{FSR} \gg \omega_r$. Somit kann nur je eine der Resonanzen betrachtet werden.

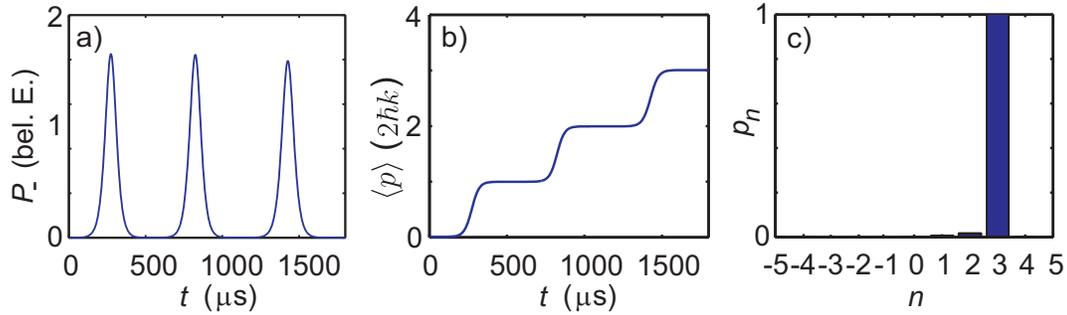


Abbildung 2.6: Simulation des quantisierten bad-cavity Regimes, a) Lichtleistung, b) mittlerer Impuls c) Impulsverteilung am Endzeitpunkt der Simulation. Die Parameter sind $\varrho = 1.8 < \sqrt{2\kappa}$ und $\kappa = 6.9 > 1$.

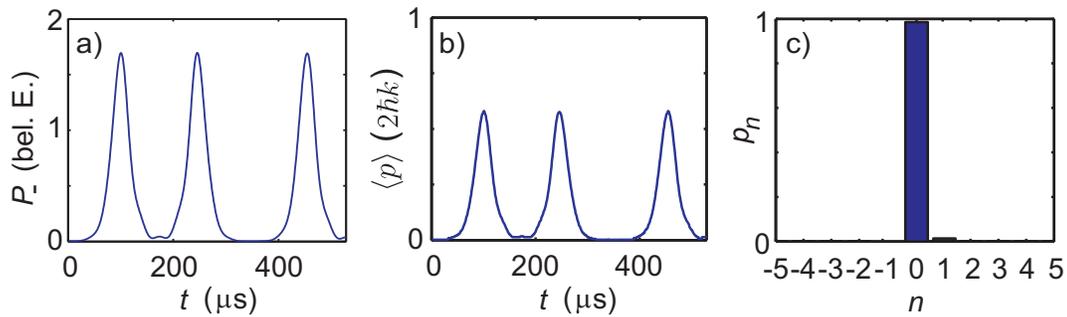


Abbildung 2.7: Simulation des quantisierten good-cavity Regimes, a) Lichtleistung, b) mittlerer Impuls c) Impulsverteilung am Endzeitpunkt der Simulation. Die Parameter sind $\varrho = 0.9 < 1$ und $\kappa = 1.6 \cdot 10^{-5} \approx 0$.

pulsumverteilung in einer kohärenten Weise statt. Am Endpunkt der Simulation sind fast alle Atome im Zustand $|p\rangle = |3\rangle$.

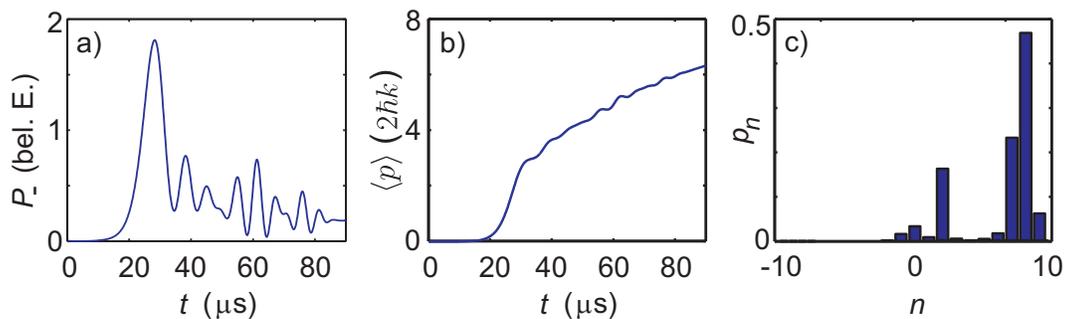


Abbildung 2.8: Simulation des semiklassischen bad-cavity Regimes, a) Lichtleistung, b) mittlerer Impuls c) Impulsverteilung am Endzeitpunkt der Simulation. Die Parameter sind $\varrho = 3.8 > \sqrt{2\kappa}$ und $\kappa = 1.2$.

Typisch für das semiklassische Regime ist eine Verteilung des atomaren Impulses auf mehrere Impulsklassen. Dies passiert sowohl im bad-cavity-Regime (Abbildungun-

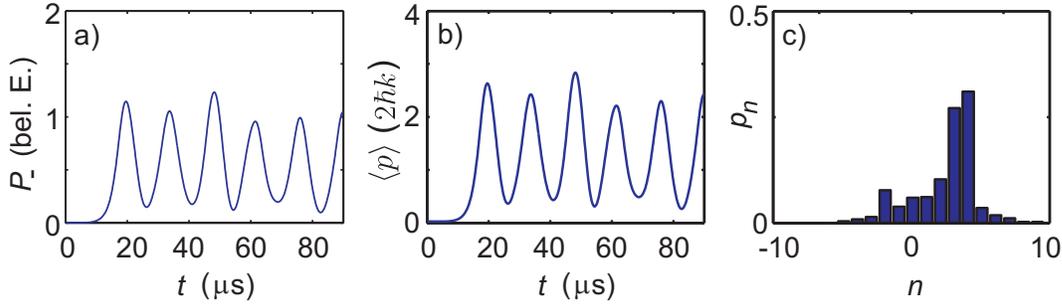


Abbildung 2.9: Simulation des semiklassischen good-cavity Regimes, a) Lichtleistung, b) mittlerer Impuls c) Impulsverteilung am Endzeitpunkt der Simulation. Die Parameter sind $\varrho = 3.8 > 1$ und $\kappa = 4 \cdot 10^{-6} \approx 0$.

gen 2.8), als auch im good-cavity-Regime (Abbildung 2.9). Der Unterschied kommt bei der Betrachtung des mittleren Impulses zum Vorschein. Im bad-cavity-Regime kommt es zu einer kontinuierlichen Beschleunigung. Die darin auftretende leichte Modulation des mittleren Impulses kommt dadurch zustande, dass sich die Simulation bei den gegebenen Parametern nur knapp im bad-cavity-Regime befindet, wo der Einfluss des Resonators noch spürbar ist. Diese Modulationen werden beim Übergang ins good-cavity-Regime immer deutlicher und führen letztlich zu einer periodischen Oszillation der atomaren Besetzung in einem Bereich von mehreren Impulszuständen, wie in Abbildung 2.9 zu sehen ist. Es ist wiederum der Einfluss des Resonators, der den möglichen atomaren Impuls begrenzt und zu diesem Verhalten führt. Die Dynamik scheint dadurch auch geordneter abzulaufen. Während im bad-cavity-Regime die Lichtleistung der Analysemode ein chaotisches Verhalten zeigt, werden im good-cavity-Regime synchron zur Periodizität des mittleren Impulses superradiante Lichtpulse emittiert.

2.5.4 Einteilung der CARL-Experimente

Wichtig für diese Arbeit ist nun die Frage, in welchem Regime sich die durchgeführten Experimente bewegen und welche Regime in folgenden Experimenten erreichbar sind. Dazu ist in Abbildung 2.10 der CARL-Parameter ϱ gegen die Resonator-Linienbreite κ_c aufgetragen. Dies sind zwei Variablen, die unabhängig voneinander geändert werden können. Der CARL-Parameter kann durch Variation der Pumpleistung, der Atomzahl und der Laserverstimmung eingestellt werden. Schwieriger ist es hingegen, die Resonator-Linienbreite zu ändern, da hierzu die Finesse des Resonators variiert werden muss. Durch Eintragen der Kurve $\varrho = 1$ für $\kappa < 1$ bzw. $\varrho = \sqrt{\kappa}$ für $\kappa > 1$ wird die $\varrho\kappa_c$ -Ebene in einen semiklassischen und einen quantisierten Bereich unterteilt. Zur Abgrenzung des good-cavity-Bereichs vom bad-cavity-Bereich ist die Kurve $\kappa = 1$ eingezeichnet. Die Experimente in dieser Arbeit sind bei zwei verschiedenen Werten für die Finesse durchgeführt worden.⁹ Die entsprechenden

⁹Die Finesse kann durch Drehung der Polarisation des Lichtfeldes im Resonator um 90° eingestellt werden (siehe Kapitel 5.5.1).

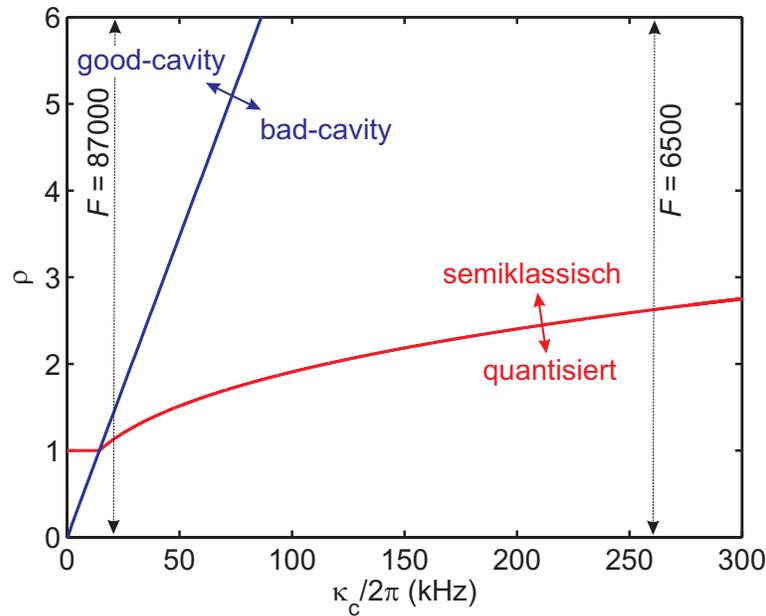


Abbildung 2.10: Experimentell realisierbare Regime. Die eingezeichneten Kurven sind beim Übergang vom bad- ins good-cavity-Regime $\kappa = 1$ und beim Übergang vom semiklassischen Regime ins Quantenregime $\rho = \sqrt{\kappa}$ für $\kappa > 1$ und $\rho = 1$ für $\kappa < 1$.

Resonator-Zerfallsraten sind in Abbildung 2.10 markiert. Typische Werte des CARL-Parameters liegen im Bereich zwischen $\rho = 3$ und $\rho = 10$. Somit ist ersichtlich, dass im Fall hoher Finesse die Experimente im semiklassischen good-cavity-Regime und im Fall niedriger Finesse im semiklassischen bad-cavity-Regime ablaufen. Frühere CARL-Messungen [Kru04, Cub06a] fanden im semiklassischen good-cavity-Regime bei einem CARL-Parameter von ca. $\rho = 10$ statt.

Mit der in dieser Arbeit aufgebauten Apparatur sollte es möglich sein, sowohl das bad-cavity- als auch das good-cavity-Quantenregime zu erreichen. Das bad-cavity-Quantenregime ist am einfachsten bei niedriger Finesse zu erreichen. Hierzu muss der CARL-Parameter nur geringfügig verkleinert werden, z.B. durch Verringern der Pumpleistung. Das interessantere good-cavity-Quantenregime ist schwieriger zu erreichen. Bei einer Finesse von $F = 87000$, wie in dieser Arbeit, ist es sogar unmöglich. Verringert man nämlich den CARL-Parameter, so gelangt man in das bad-cavity-Regime, noch ehe das Quantenregime erreicht ist. Bei einem Wert der Finesse von $F = 120000$ schneiden sich jedoch die Grenzlinien zwischen den Regimen. Für eine höhere Finesse sollte es also prinzipiell möglich sein, das good-cavity-Quantenregime zu erreichen.

3 Versuchsaufbau

In diesem Kapitel wird der Aufbau der Apparatur beschrieben. Nach einem kurzen Kapitel über die Vakuumrezipienten werden die magneto-optischen und magnetischen Fallen für kalte Atome erläutert. Es wird jeweils zuerst die Funktionsweise der Falle erklärt und dann der Aufbau der zugehörigen Bauteile vorgestellt. Im Anschluss daran wird auf das Kernstück der Apparatur, den Ringresonator, eingegangen. Das Kapitel schließt mit der Beschreibung des Kühlsystems der Vakuumkomponenten.

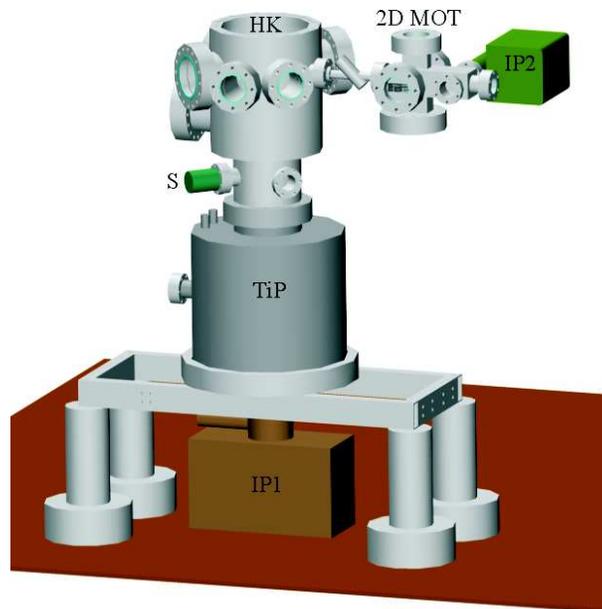


Abbildung 3.1: Aufbau des Vakuumsystems. Gezeigt sind die Hauptkammer (HK), die 2D-MOT, die verwendeten Ionengetterpumpen (IP1 und IP2), die Titan-Sublimationspumpe (TiP), der Drucksensor (S) und die Halterung mit schwingungsgedämpften Füßen.

3.1 Vakuumrezipienten

Experimente mit ultrakalten atomaren Gasen werden üblicherweise in einem Ultrahochvakuum (UHV) durchgeführt. Der Grund ist, dass es abhängig vom Hintergrundgasdruck eine gewisse Menge Restgasmoleküle mit einer mittleren Geschwindigkeit gibt, die durch die Temperatur der Begrenzung des Vakuums gegeben ist.

Kollidiert ein Restgasmolekül mit einem Atom des ultrakalten Gases, so wird dieses aus dem Gas entfernt. Somit kommt es zu Verlusten, welche die zur Verfügung stehende Zeit für die Experimente limitieren. Ein Druck in der Größenordnung von $p \approx 10^{-11}$ mbar ist wünschenswert, um eine genügend lange Lebenszeit des kalten Gases zu gewährleisten.

In dem hier präsentierten UHV-System sind verschiedene Pumpensysteme kombiniert (Abb. 3.1). Eine Ionengetterpumpe mit einem Saugvermögen von 80 l/s und eine Titan-Sublimationspumpe sind unterhalb der Hauptkammer montiert und erzeugen einen Druck von $1.2 \cdot 10^{-11}$ mbar. Im Experimentierbetrieb wird die Kammerwand der Titan-Sublimationspumpe zusätzlich mit flüssigem Stickstoff gekühlt. Durch den dadurch entstehenden Kryopumpeneffekt kann der Druck auf $9 \cdot 10^{-12}$ mbar verbessert werden.

An einer Seite der Hauptkammer ist eine weitere, kleinere Kammer (2D-MOT) angeflanscht, die als Quelle für einen kalten Atomstrahl dient. Außerhalb der Experimentierzeiten wird in dieser Kammer ein Restgasdruck von ca. 10^{-8} mbar durch eine Ionengetterpumpe mit einer Saugleistung von 20 l/s aufrecht erhalten. Im Experimentierbetrieb wird der ^{87}Rb - Partialdruck in der 2D-MOT Kammer auf mehrere 10^{-7} mbar erhöht, um einen effizienten Betrieb zu ermöglichen. Eine differentielle Pumpstrecke verhindert eine Druckerhöhung in der Hauptkammer. Außerdem können die beiden Kammern durch ein Ventil getrennt werden, für den Fall dass Wartungsarbeiten an einer der Kammern anfallen.

Das ganze Vakuumsystem steht auf einer Stahlhalterung neben einem optischen Tisch. Zur Schwingungsisolierung sind die Füße der Halterung mit 2 cm dicken Blei- und Gummipplatten unterlegt.

3.2 Magnetische und Magneto-optische Fallen

Um Atome auf ultrakalte Temperaturen abzukühlen, ist eine Reihe von aufeinander folgenden Kühlschritten in verschiedenen Fallen nötig. Startpunkt in nahezu allen quantenoptischen Experimenten ist eine magneto-optische Falle (MOT), mit der Atome aus einem Gas mit Raumtemperatur eingefangen und gekühlt werden. Durch Verwenden einer optionalen weiteren MOT (hier 2D-MOT) wird dieser erste Fang- und Kühlschritt, der effizient bei einem hohen Druck funktioniert, in eine zweite Kammer ausgelagert, damit das Vakuum in der Hauptkammer nicht beeinträchtigt wird. Nur die bereits vorgekühlten ^{87}Rb -Atome gelangen in die Hauptkammer und werden dort in der Haupt-MOT eingefangen. In einer magneto-optischen Falle können Atome nicht beliebig weit gekühlt werden. Eine Möglichkeit, Atome noch kälter zu machen, ist evaporatives Kühlen, bei dem selektiv die heißesten Atome aus dem atomaren Ensemble entfernt werden. Dies gelingt bis zu sehr kalten Temperaturen nur in speziellen Fallen, wie z.B. der Magnetfeldkonfiguration einer

Joffe-Falle [Got62, Ber87]. Um die Atome von der MOT zu der Stelle zu verschieben, wo sich die in dieser Arbeit aufgebaute Joffe-Draht-Falle befindet, werden weitere magnetische Fallen verwendet. Hierzu eignen sich Magnetfelder mit Quadrupolkonfigurationen.

Im Folgenden werden zunächst die verschiedenen Fallentypen theoretisch vorgestellt und dann die konkreten Aufbauten im Experiment präsentiert.

3.2.1 Magneto-optische Falle (MOT)

Seit ihrer ersten Demonstration im Jahr 1987 [Raa87] hat sich die magneto-optische Falle zu einem Standardinstrument zur Herstellung kalter atomarer Gase entwickelt. Sie basiert auf der selektiven Ausnützung von Strahlungsdruck, also der Kraft von Licht auf Materie. Dabei werden zwei Effekte genutzt, nämlich Selektivität in Bezug auf die Geschwindigkeit (Kühlen) und in Bezug auf den Ort der Atome (Fangen).

Der auf ein Atom wirkende Strahlungsdruck ist abhängig von der Verstimmung der Lichtfrequenz von einer atomaren Resonanz (2.5). Die Verstimmung ist aufgrund des Dopplereffekts abhängig von der Geschwindigkeit der Atome. Des Weiteren bewirkt die Kopplung an das magnetische Moment der Atome bei Anlegen eines inhomogenen Magnetfeldes eine Ortsabhängigkeit der Verstimmung. Rotverstimmtes Laserlicht wird für ein Atom, das sich entgegen der Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls bewegt, resonanter. Für ein Atom, welches sich in Richtung des Laserstrahls bewegt, scheint die Lichtfrequenz noch weiter von der Resonanz verschoben zu sein. Daraus ergibt sich eine Nettokraft, die entgegen der momentanen Flugrichtung des Atoms gerichtet ist. Für eine magneto-optische Falle werden rotverstimmte Laserstrahlen aus allen Raumrichtungen überlagert. Dies wird als optische Melasse bezeichnet und führt zum Kühlen von Atomen, die sich im Kreuzungspunkt der Laserstrahlen befinden (Abb. 3.2).

Durch den Betrieb zweier Magnetspulen in Antihelmholtzkonfiguration wird ein magnetisches Quadrupolfeld erzeugt. Das Magnetfeld hat im Zentrum einen in erster Näherung linearen Nulldurchgang. Die Verstimmung von der atomaren Resonanz ist somit proportional zum Ort.

Die Lichtfelder werden mit zirkularer Polarisation, wie in Abb. 3.2 ersichtlich, eingestrahlt. Das Lichtfeld von links kann nur Übergänge mit $\Delta m_F = +1$ (σ^+ Licht), das von rechts kommende Lichtfeld nur Übergänge mit $\Delta m_F = -1$ (σ^- Licht) treiben. Entscheidend ist nun die Tatsache, dass Übergänge mit $\Delta m_F = +1$ auf der linken Seite wahrscheinlicher sind, Übergänge mit $\Delta m_F = -1$ auf der rechten Seite. Dies liegt daran, dass die ortsabhängige Verstimmung je nach Vorzeichen von m_F entweder links oder rechts abnimmt. Der von links kommende Laserstrahl bewirkt daher auf der linken Seite einen stärkeren Strahlungsdruck als auf der rechten Seite. Umgekehrtes gilt für den von rechts kommenden Strahl. Es wird dadurch eine Kraft erzeugt, die in Richtung des Zentrums zeigt und so einen räumlichen Einschluss der Atome verursacht.

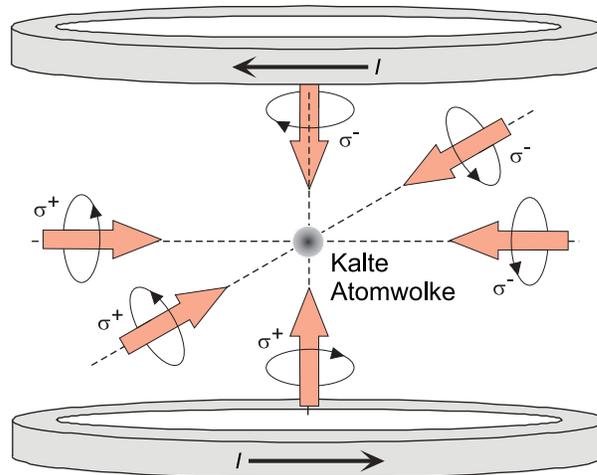


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau einer MOT. Rotverstimmte Laserstrahlen aus allen sechs Raumrichtungen erzeugen eine optische Melasse, in welcher die Atome abgebremst werden. Durch Anlegen eines quadrupolförmigen Magnetfeldes und geeigneter Wahl der Polarisationen der Laserlichtfelder werden die Atome in der Mitte des Quadrupolfeldes gefangen.

Mit den aufgebauten MOT-Spulen (Abbildung 3.4 links) wird ein Atomstrahl eingefangen, der aus der 2D-MOT in die Hauptkammer eingeschossen wird. Einer Abschätzung zufolge hat der Atomstrahl am Ort der MOT einen Durchmesser von ca. 15 mm. Daher ist der Zwischenraum zwischen den beiden MOT-Spulen ebenfalls mit 15 mm konzipiert. Der Außenradius der Spulen beträgt 30 mm, der Innenradius 15 mm. Diese Maße gewährleisten bei mäßiger Wärmezeugung einen genügend hohen Magnetfeldgradienten und gleichzeitig einen Überlapp mit dem angrenzenden Spulenpaar. Letzteres ist für den magnetischen Transfer der Atome erforderlich. Alle Daten der Spulen sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

3.2.2 2D-Magneto-optische Falle (2D-MOT)

Die Atome, die in einer magneto-optischen Falle gefangen werden sollen, werden in die Apparatur entweder als makroskopischer Festkörper oder mit Hilfe von Dispensern eingebracht. In letzteren befinden sich einige mg des zu fangenden Elements (hier ^{87}Rb) und werden durch Heizen des Dispensers aus diesem emittiert. Bei beiden Möglichkeiten wird der Hintergrundgasdruck in der Vakuumkammer beeinträchtigt. Deshalb verwenden viele Apparaturen eine zweite Kammer, in welcher für die MOT ein höherer Druck in Kauf genommen wird. Die dort gefangenen Atome werden dann durch eine differentielle Pumpstrecke in die Hauptkammer eingebracht, ohne den Druck in dieser zu verschlechtern.

Neben verschiedenen Aufbauten [Lu96, Arl98], die als LVIS bzw. Trichter-MOT bezeichnet werden, ist die 2D-MOT [Die98, Sch02] eine Realisierung dieser Idee. Sie erzeugt einen kontinuierlichen Strahl kalter Atome und schießt diesen in die

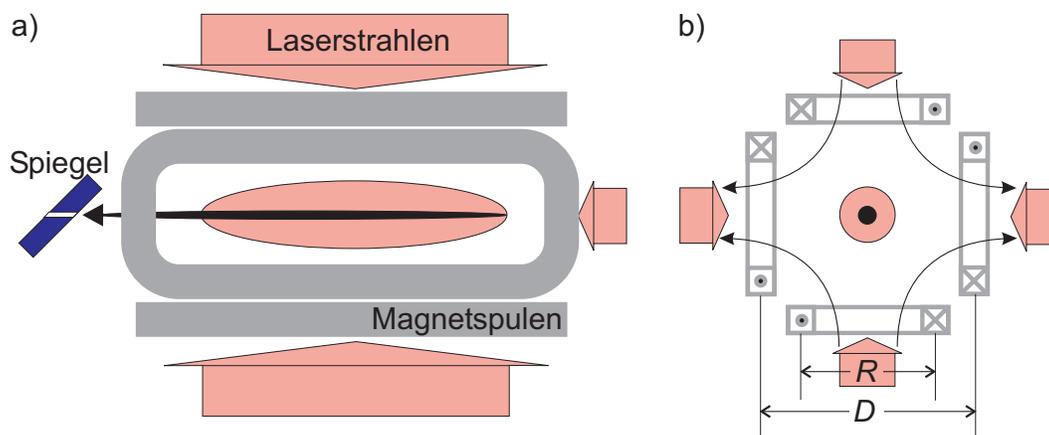


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau einer 2D-MOT. In der Seitenansicht a) ist die längliche Form der 2D-MOT-Spulen (grau) zu sehen. Seitlich treffen die elliptischen MOT-Strahlen auf die Atome (schwarz), von rechts wird der Pushbeam eingestrahlt (rosa). Der für eine 2D⁺-MOT typische Abbremsstrahl ist nicht eingezeichnet. Auf der linken Seite befindet sich der Spiegel mit dem Loch (blau), durch das die Atome in Richtung der Hauptkammer geschossen werden. In b) ist die Sicht entlang der langen Achse der 2D-MOT dargestellt. Es sind die Stromrichtungen in den Spulen und die daraus folgenden Magnetfeldrichtungen eingezeichnet.

Hauptkammer ein. Dort wird der Atomstrahl in einer zweiten MOT wieder eingefangen. Das Schema einer 2D-MOT ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Die Antihelmholtzspulen einer normalen (dreidimensionalen) MOT sind in einer Richtung in die Länge gestreckt. Außerdem ist zur Erhöhung des Magnetfeldgradienten an den Seiten ein weiteres Spulenpaar angebracht. Diese Geometrie macht aus dem Magnetfeld-Nullpunkt des normalen Helmholtzspulenpaares eine Linie, entlang derer das Magnetfeld null ist. Dadurch erfahren die Atome in dieser Richtung keinen örtlichen Einschluss und können aus der 2D-MOT extrahiert werden. Entlang der radialen Richtungen steigt das Magnetfeld linear an. Auf die Atome wirkt dadurch eine Kraft zur Magnetfeld-Nulllinie hin. Die Kühlmechanismen sind die gleichen wie bei einer Standard-MOT. Dazu werden aus den seitlichen Richtungen Laserstrahlen eingestrahlt, welche die transversale Geschwindigkeitsverteilung der Atome kühlen. Diese Laserstrahlen sind elliptisch, um das Einfangvolumen zu vergrößern. Dadurch steigt der Fluss an kalten Atomen, der aus der 2D-MOT emittiert wird. Auch entlang der Achse der 2D-MOT werden Laserstrahlen eingestrahlt. Dabei gibt es zwei Hauptalternativen. In der einfacheren Version wird nur ein Laserstrahl verwendet, der in die gewünschte Emissionsrichtung zeigt. Dieser “Pushbeam“ beschleunigt die Atome, die sich nahe der Magnetfeld-Nulllinie befinden, in Richtung der Hauptkammer. Am Ende der 2D-MOT treten die kalten Atome durch einen kleinen Kanal in die Hauptkammer über. Der Kanal dient einerseits als differentielle Pumpstrecke und andererseits als Geschwindigkeitsfilter. Atome, deren radiale Geschwindigkeit zu hoch ist, können den Kanal nicht passieren, da sie vorher an die Seitenwand prallen. Bei der zweiten Alternativen (bekannt als 2D⁺-MOT) [Die98] werden die Atome zusätzlich in der longitudinalen Richtung gekühlt. Dies geschieht durch einen

weiteren Laserstrahl, der entgegengesetzt zum „Pushbeam“ eingestrahlt wird. Das Eintrittsloch in die differentielle Pumpstrecke befindet sich dabei auf einem Spiegel, der im 45° -Winkel zur Achse der 2D-MOT angebracht ist. Der Abbremsstrahl wird seitlich über diesen Spiegel auf die 2D-MOT Achse gelenkt. Durch Reflexion an dem Spiegel besitzt der Abbremsstrahl in der Mitte ebenfalls ein Loch. Dadurch fliegen Atome nahe der Magnetfeld-Nulllinie ohne Beeinträchtigung in die Hauptkammer, Atome weiter außen werden zusätzlich abgebremst. Durch dieses Verfahren wird die Geschwindigkeitskomponente entlang der Achse ebenfalls gekühlt und erleichtert das Wiedereinfangen der Atome in der MOT der Hauptkammer.

Die 2D-MOT dieses Experiments besteht aus einem länglichen Edelstahl-Vierkantrohr (siehe Abbildung 3.1). Die Fenster für die seitlichen Strahlen sind an Flanschen montiert, welche durch vierkantförmige Zwischenstücke einige cm von dem Hauptrohr nach außen gesetzt sind. Die Spulenhalter der 2D-MOT umfassen diese Zwischenstücke (nicht in der Abbildung zu sehen). Auf die Spulenhalter ist ein 1mm dicker isolierter Kupferdraht gewickelt. Jede Spule hat ca. 140 Windungen. Zwei gegenüberliegende Spulen haben einen Abstand von $D_{\min} = 6.3$ cm bis $D_{\max} = 9.5$ cm. Die Drähte einer Spule haben einen Abstand von $R_{\min} = 4.2$ cm bis $R_{\max} = 6.1$ cm. Eine Rechnung, die die Ausdehnung der Spulen mitberücksichtigt, erzielt bei einem Strom von $I = 1$ A einen transversalen Magnetfeldgradienten von $\nabla \mathbf{B} = 12$ G/cm. Der Aufbau entspricht dem einer 2D⁺-MOT, die Experimente werden aber alle im normalen 2D-MOT Betrieb durchgeführt. Der Grund ist, dass die Justage mit Abbremsstrahl viel kritischer ist, aber keine nennenswerte Erhöhung des Flusses des Atomstrahls erreicht wird.

3.2.3 Magnetische Quadrupolfalle

Die Temperaturen, die Atome in magneto-optischen Fallen erreichen können, sind begrenzt durch die statistische Absorption und Emission von Photonen aus den Laserstrahlen. Um Atome noch kälter zu machen, sind daher Kühlverfahren notwendig, die nicht auf den Kühlkräften in nahresonanten Lichtfeldern beruhen. Eine Standardtechnik ist evaporatives Kühlen, bei dem selektiv die schnellsten Atome aus dem Ensemble entfernt werden. Die übriggebliebenen Atome nehmen nach einer Thermalisierung durch Stöße eine kältere Gleichgewichtstemperatur ein.

Das evaporative Kühlen wird bei dieser Apparatur in einer magnetischen Joffe-Draht-Falle (s.u.) durchgeführt. Diese Falle befindet sich aus verschiedenen Gründen nicht an der Position der MOT. Ein Grund ist, dass die Drähte der Joffe-Falle die MOT Strahlen blockieren würden. Ein weiterer Grund ist, dass die Magnetfalle für das evaporative Kühlen eine gewisse Steilheit besitzen muss, damit die Thermalisierung durch Stöße schnell genug abläuft. Mit den hier verwendeten MOT-Spulen können keine genügend steilen Magnetfallen präpariert werden. Ein dritter Grund ist, dass die ultrakalten Atome letztlich in einen Ringresonator gebracht werden sollen. Dies ist einfacher, wenn die Atome schon in der Nähe des Resonators abgekühlt werden. Schwierig ist es aber, den Resonator am Ort der MOT zu installieren, ohne

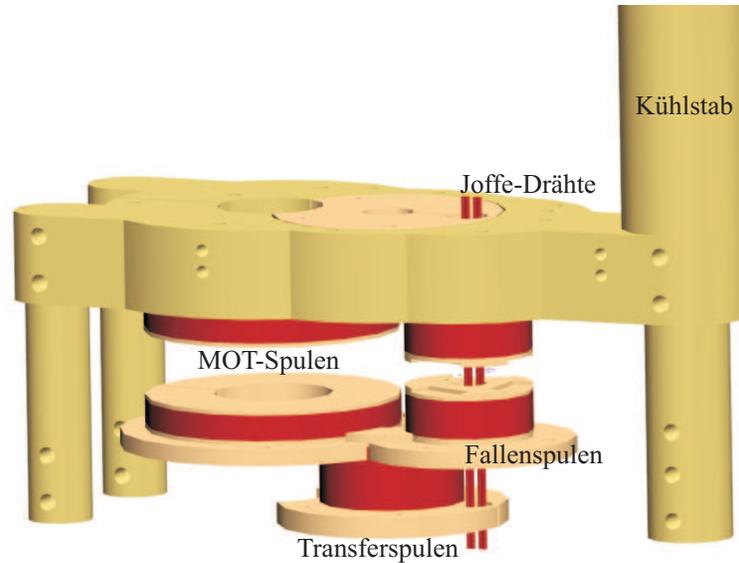


Abbildung 3.4: Aufbau und Halterung der Spulen im Vakuum. Die Spulen (rot) sind an Spulenhältern gewickelt, welche ihrerseits an zwei massiven Kupferteilen montiert sind. Zur Übersichtlichkeit wird das untere dieser Kupferteile ausgeblendet. Dadurch ist auch die untere mittlere Spule, die Transferspule, ganz sichtbar. Die großen Kupferteile werden durch zwei Stangen auf der linken und eine Stange auf der rechten Seite verbunden. Über die rechte Stange wird die an den Spulen entstehende Wärme abgeführt. Dazu wird der Kühlstab nach oben hin aus dem Vakuum geführt. Eingezeichnet sind auch die vier Joffedrähte, die senkrecht durch die Fallenspulen führen.

die Laserstrahlen oder den aus der 2D-MOT kommenden Atomstrahl zu blockieren.

Um die Atome von der MOT an den Ort zu transportieren, wo sich die Joffe-Draht-Falle befindet, werden magnetische Quadrupolfallen eingesetzt. Sie beruhen, wie auch die Joffe-Draht-Falle, auf dem Zeeman-Effekt. Ein Atom mit magnetischer Quantenzahl m_F besitzt im Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ ¹ eine Energie

$$E(\mathbf{r}) = \mu_B g_F m_F |\mathbf{B}(\mathbf{r})| ,^2 \quad (3.1)$$

mit μ_B dem Bohrschen Magneton. Die ^{87}Rb -Atome werden im magnetischen Zustand $5^1S_{1/2} : F = 2, m_F = 2$ präpariert, der Landéfaktor beträgt $g_F = 1/2$. Somit erfahren die Atome im Potenzial eine Kraft, die zum Minimum des Magnetfeldbetrags zeigt. Die Tatsache, dass in (3.1) der Betrag des Magnetfeldes relevant ist, beruht auf der Annahme von Adiabaticität. Das bedeutet, dass die relative Änderung des Magnetfeldes, die ein Atom aufgrund seiner Bewegung erfährt, klein ist im Vergleich

¹Die magnetische Induktion \mathbf{B} wird in dieser Arbeit als Magnetfeld bezeichnet. Diese Umbenennung ist unproblematisch, da nur Magnetfelder im Vakuum betrachtet werden, wo eine lineare Beziehung zwischen magnetischer Induktion und Magnetfeld \mathbf{H} besteht.

²Der Paschen-Back Effekt spielt bei den hier verwendeten Magnetfeldern keine Rolle.

	MOT-Spulen	Transferspulen	Fallenspulen
Abstand der Spulen (mm)	25	48	19
Spulendicke (mm)	6	15	9
Innenradius (mm)	15	7	5
Außenradius (mm)	30	17	15
Drahtwindungen	115 und 112	105 und 108	119 und 115
Widerstand (Ω)	1,0 und 1,0	0,22 und 0,22	0,45 und 0,45
$\nabla\mathbf{B}$ (G/cm)	h:12 , v:24	h:5,5 , v: 11	h:40 , v:80

Tabelle 3.1: Daten der Magnetfeldspulen. Der Abstand der Spulen meint den Abstand der Spulenzentren. Bei den Angaben für Drahtwindungen und elektrische Widerstände sind die Daten für beide Spulen eines Paares angegeben. Der Magnetfeldgradient $\nabla\mathbf{B}$ ist für einen Strom von $I = 1$ A in der Mitte der Spulen für die horizontale (h) und vertikale (v) Richtung berechnet.

zur Larmorfrequenz

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt}\mathbf{B}^{-1} < \omega_L, \quad (3.2)$$

mit $\omega_L = E(\mathbf{r})/\hbar$. In der Quadrupolfalle ist diese Adiabazitätsbedingung überall bis auf einen kleinen Bereich um das Fallenminimum erfüllt. Gelangen Atome in diesen Bereich, werden sie auf andere magnetische Spinzustände projiziert und gehen aus der Falle verloren. Diese Majorana-Verluste spielen aber erst bei sehr kalten Atomen eine Rolle.

Für den Transport von Atomen sind magnetische Quadrupolfallen sehr gut geeignet, da sich durch Überlagerung zweier benachbarter Quadrupolfelder das Fallenminimum und somit der Ort der Atome in berechenbarer Weise verschieben lässt. So kann eine Atomwolke, die im Feld eines Spulenpaares gefangen ist, adiabatisch in das Feld eines zweiten Spulenpaares umgeladen werden. Bei der hier beschriebenen Apparatur wird dieser Schritt zweimal durchgeführt. Zu Beginn des Transfers sind die Atome im Quadrupolfeld der MOT-Spulen gefangen und werden dann in das Feld zweier „Transferspulen“ umgeladen. Aus dieser Falle werden die Atome dann in das magnetische Quadrupolfeld der „Fallenspulen“ befördert, wo die Joffefalle erzeugt wird. Der Aufbau der Spulen ist in Abb. 3.4 zu sehen. Der Abstand der Mittelpunkte der MOT- und der Transferspulen beträgt 3cm, der Abstand der Transfer- und der Fallenspulen beträgt 2cm. Tabelle 3.1 fasst die Daten der Spulen zusammen.

3.2.4 Magnetische Joffe-Draht-Falle

Um Atome auf ultrakalte Temperaturen abzukühlen, sind magnetische Quadrupolfallen ungeeignet. Je kälter die Atome sind, umso häufiger befinden sie sich wegen ihrer kleineren kinetischen Energie am Fallenminimum. Das magnetische Quadrupolfeld besitzt dort einen Nulldurchgang. Das hat einerseits zur Folge, dass die Lar-

morfrequenz $\omega_L \propto \mathbf{B}$ am Minimum den Wert null hat. Andererseits erfährt ein Atom, das sich durch das Fallenminimum bewegt, aufgrund der Betragsbildung in (3.1) eine schlagartige Richtungsänderung des Magnetfeldes. Beide Effekte bewirken, dass die Adiabazitätsbedingung (3.2) nicht erfüllt ist. Besser geeignet ist eine magnetische Feldkonfiguration mit einem differenzierbaren Minimum bei einem Magnetfeldoffset $\mathbf{B}_0 > 0$.

Bei der in dieser Arbeit aufgebauten Joffefalle wird das magnetische Quadrupolfeld der Fallenspulen mit einer zusätzlichen inhomogenen Feldkomponente überlagert [Sil06]. Dieses Feld wird durch vier Joffedrähte erzeugt, die senkrecht durch die Fallenspulen verlaufen (Abbildung 3.5). Die Joffedrähte sind um einen Millimeter vom Spulenzentrum (in der Abbildung nach rechts) versetzt. Die Lücke zwischen den beiden inneren Drähten beträgt 1 mm, der Abstand von den inneren zu den jeweils anliegenden äußeren Drähten ist ebenfalls 1 mm. Das Feld ist maximal zwischen den Drähten und fällt in Richtung der Quadrupolmitte in nichtlinearer Weise ab.³ Ist der Strom in den Joffedrähten und somit die angelegte Feldkomponente stark genug, so entsteht ein Magnetfeldminimum mit einem Offsetmagnetfeld $\mathbf{B}_0 > 0$. Die Richtung des vektoriellen Offsetfeldes liegt entlang der Achse vom Spulenzentrum zu den Joffedrähten. Abbildung 3.5 zeigt berechnete Magnetfelder der Joffefalle für einen Spulenstrom von 4 A und einen Strom in den Joffedrähten von 10 A, wodurch ein Magnetfeldoffset von 9 G erreicht wird. Dies ist nur eine von vielen möglichen Feldkonfigurationen. Üblicherweise wird mit einem niedrigeren Joffestrom experimentiert, bei dem der Magnetfeldoffset kleiner und die Falle steiler ist (siehe Kapitel 5.4).

3.3 Der optische Ringresonator

Ziel dieser Arbeit ist es, die kollektive Dynamik ultrakalter atomarer Gase mit den Lichtfeldern eines Ringresonators hoher Finesse zu untersuchen. Der Ringresonator ist daher ein Hauptbestandteil der Apparatur und verdient ein besonderes Augenmerk. Dieser Abschnitt behandelt zum einen die Planung und den Zusammenbau des Resonators und dessen Einbau in das Gesamtsystem. Zum anderen werden die Lichtmoden des Resonators durch deren Intensitätsprofil und Verlauf beschrieben. Eine weitergehende Charakterisierung des Resonators durch Messungen (z.B. der Finesse) findet man in Kapitel 5.5.

Abbildung 3.6 zeigt eine technische Zeichnung des Ringresonators. Dieser besteht aus einem planaren Einkoppelspiegel IC und zwei gekrümmten hochreflektierenden Spiegeln HR, die zusammen ein rechtwinkliges Dreieck bilden. Die Krümmungsradien der HR Spiegel betragen 100 mm, alle Spiegel besitzen einen Durchmesser von

³Die Nichtlinearität ist für das Entstehen eines Minimums wichtig, denn die Summe zweier linearer Funktionen ergibt wieder eine lineare Funktion. Das würde den Quadrupol verschieben, aber keine Joffefalle erzeugen.

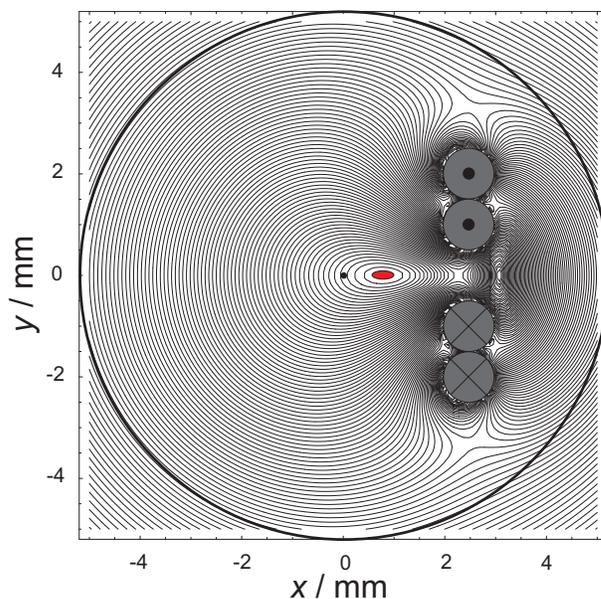


Abbildung 3.5: Berechnung der Joffefalle. Die Magnetfeldlinien haben einen Abstand von 1 G. Zusätzlich eingezeichnet sind der Innenradius der Quadrupolspule mit dessen Mittelpunkt und die vier Joffedrähte. Der Strom in den Spulen beträgt 4 A, der Strom in den Joffedrähten 10 A. Das Magnetfeld hat am Fallenminimum einen Offset von $\mathbf{B}_0 = 9 \text{ G}$.

	w_0 horizontal	w_0 vertikal
Einkoppler IC	$92 \mu\text{m}$	$99 \mu\text{m}$
Mitte zwischen HR	$108 \mu\text{m}$	$111 \mu\text{m}$

Tabelle 3.2: Die beiden minimalen Strahlradien w_0 des Ringresonators bei einer Wellenlänge $\lambda = 797 \text{ nm}$.

8 mm und eine Dicke von 4 mm. Die Umlauflänge des Lichts im Resonator beträgt $L = 8.7 \text{ cm}$. Dadurch wird der Frequenzabstand zweier Resonanzen des Resonators (freier Spektralbereich Δ_{FSR}) bestimmt:

$$\Delta_{FSR} = c/L = 3.4 \text{ GHz} , \quad (3.3)$$

mit c der Lichtgeschwindigkeit. Aus den Abständen der Spiegel und deren Krümmungsradien kann mit Hilfe der ABCD-Matrizenrechnung das transversale Profil eines Gaußstrahls (TEM₀₀-Mode) im Resonator berechnet werden. Wie aus Symmetriegründen zu erwarten ist, gibt es zwei minimale Einschnürungen des Strahls. Eine liegt auf dem Einkoppelspiegel, die zweite befindet sich in der Mitte zwischen den beiden Hochreflektoren. In Tabelle 3.2 sind die Strahlradien aufgelistet. Wegen des schrägen Auftreffens der Strahlen auf den Spiegeln ergeben sich in vertikaler und horizontaler Richtung unterschiedliche Werte, so dass die Mode im Resonator leicht elliptisch ist. Das Intensitätsprofil der Mode entlang der Strahlrichtung z ist

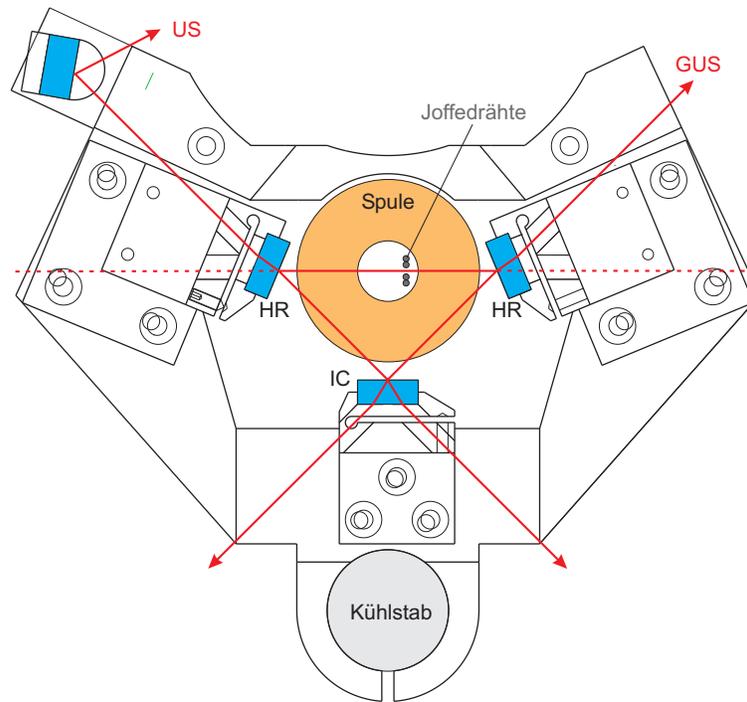


Abbildung 3.6: Technische Zeichnung des Resonators mit dem Einkoppelspiegel IC und den beiden hochreflektierenden Spiegeln HR. Das transmittierte Licht der im Uhrzeigersinn umlaufenden Mode US und der entgegengesetzt umlaufenden Mode GUS wird zur Detektion aus der Kammer geführt. Die übrigen transmittierten Felder (gestrichelte Linien) prallen gegen die Innenwand der Vakuumkammer. Ebenfalls eingezeichnet sind die Magnetspulen und die Joffedrähte. Der Resonator ist an einer Seite mit dem Kühlstab verbunden.

gegeben durch

$$I(r, z) = \frac{2P(z)}{\pi w(z)^2} \exp\left(-2\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \quad (3.4)$$

mit der im Resonator umlaufenden Lichtleistung P und dem $1/e^2$ -Strahlradius

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{kw_0^2}\right)^2}, \quad (3.5)$$

wobei w_0 der minimale Strahlradius und $k = 2\pi/\lambda$ die Wellenzahl ist. In Ringresonatoren existieren zwei a priori voneinander unabhängige Umlaufrichtungen. Deshalb ist es möglich, in Ringresonatoren sowohl Stehwellen als auch Laufwellen zu erzeugen.⁴ Die Lichtleistung P aus (3.4) setzt sich im Allgemeinen daher aus einem Lauf- und einem Stehwellenanteil zusammen und kann durch letzteren eine Modulation entlang der z -Richtung erhalten. Für die Strahlradien auf den Hochreflektoren bekommt man mit (3.5) einen Wert von $w(z_{HR}) = 116 \mu\text{m}$ in der horizontalen bzw.

⁴In linearen Resonatoren können nur Stehwellen erzeugt werden.

$w(z_{HR}) = 118 \mu\text{m}$ in der vertikalen Richtung. Somit sieht man, dass sich der Strahlradius zwischen den Hochreflektoren kaum ändert. Das Modenvolumen im Resonator ist gegeben durch $V_{\text{mode}} = \pi/2 \times w_0^2 L = 1.7 \text{ mm}^3$

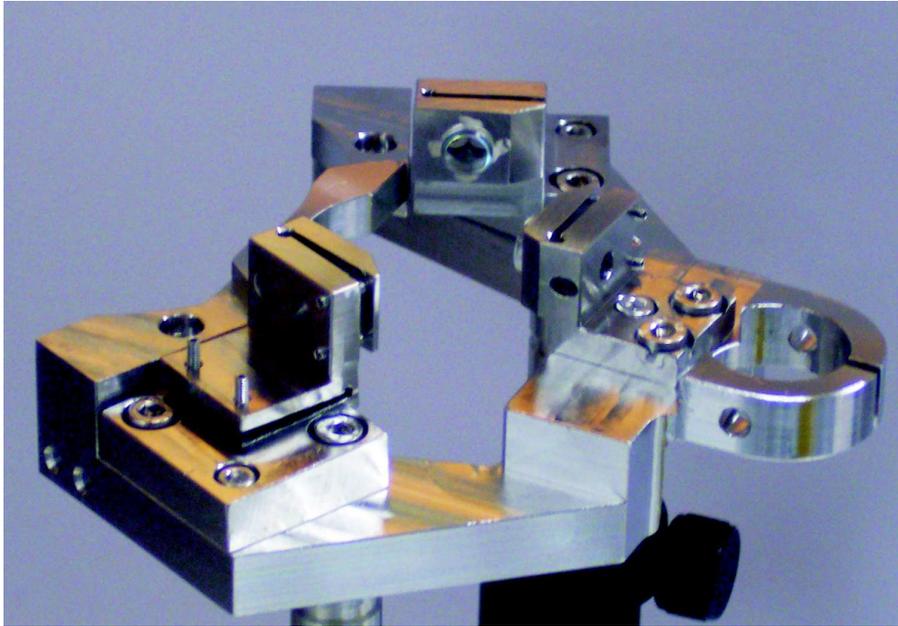


Abbildung 3.7: Fotografie des Resonators vor dem Einbau in die Apparatur. Zu sehen sind die Spiegel, die Spiegelhalter und die Resonator-Grundplatte.

Abbildung 3.7 zeigt eine Fotografie des Resonators. Jeder der Resonatorspiegel ist an einem separaten Halter aus Edelstahl mit Vakuum-Keramikkleber festgeklebt. Alle drei Halter sind auf einer Edelstahl-Grundplatte festgeschraubt und in horizontaler und vertikaler Richtung mittels Madenschrauben justierbar. Damit die Lichtwege zu den Spiegeln an der Außenseite des Resonators frei sind, sind in die Spiegelhalter Löcher mit 4 mm Durchmesser gebohrt. Bei der Planung der Position dieser Löcher wurde berücksichtigt, dass die Strahlen beim Durchlauf durch den Einkoppelspiegel um 1.3 mm, beim Durchlauf durch die Hochreflektoren um 0.56 mm versetzt werden. Für eine Analyse der Lichtmoden im Resonator werden die Transmissionen der beiden Umlaufrichtungen (Uhrzeigersinn: US und Gegenuhrzeigersinn: GUS) aus der Kammer geführt. Bei der Transmission der US-Mode ist dies nur durch Umlenken an einem weiteren Spiegel im Vakuum möglich.

Die Grundplatte des Resonators sitzt auf dem unteren der massiven Kupferteile auf, an denen auch die Spulenhalter befestigt sind (Abbildung 3.8). Hinter dem Einkoppelspiegel ist die Grundplatte mit dem Kühlstab verbunden. Die Resonatorachse verläuft entlang der langen Achse der Joffefalle zwischen den Joffedrähten hindurch (Abbildung 3.6). Diese Konfiguration ermöglicht einen guten Überlapp zwischen der Joffefalle und der Resonatormode. Sie macht es aber auch erforderlich, dass die Mode

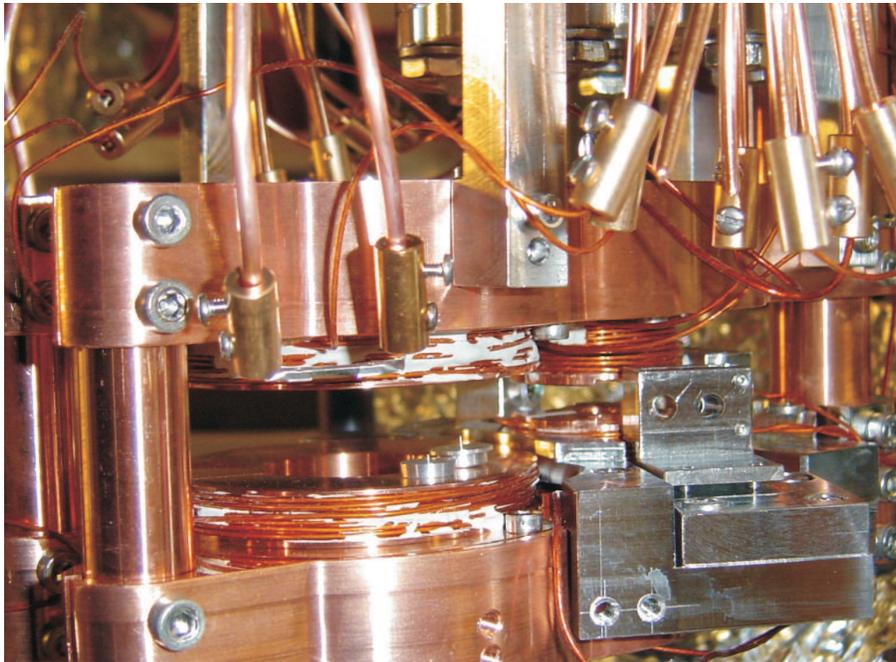


Abbildung 3.8: Fotografie der Vakuumteile vor dem Einbau in das Vakuum. An den massiven Kupferteilen sind die Magnetspulen befestigt. Sichtbar sind allerdings nur die MOT- und die Fallenspulen. Der Resonator umschließt die Fallenspulen. Dahinter rechts ist das untere Ende des Kühlstabes zu sehen. Ganz links im Bild sind die beiden Stangen, welche die massiven Kupferteile verbinden. Im oberen Bereich des Bildes kann man die elektrischen Anschlüsse der Spulen durch Kupfer-Konnektoren und die Verbindung der Vakuumteile mit dem Deckel durch Edelstahlstreben erkennen.

sehr genau durch die Mitte der Drahtlücke verläuft. Liegt die Mode nämlich zu nahe an einem der Drähte, wird ein kleiner Teil des Gaußprofil der Intensität abgeschnitten. Dies äußert sich in einer erhöhten Verlustrate des Lichts im Resonator, was bei hoher Finesse zu einer dramatischen Verschlechterung der Güte des Resonators führt. Deshalb darf die Resonatormode bei diesem Aufbau maximal um 0.25 mm von der Mitte der Drahtlücke abweichen, um die zusätzlichen Verluste kleiner als 10 ppm zu halten. Die Höhe der Resonatormode befindet sich $650 \mu\text{m}$ unterhalb der Joffefalle. Dies hat den Vorteil, dass die Atome in der Joffefalle evaporativ gekühlt werden können, ohne vom Licht im Resonator beeinflusst zu werden. Durch Variation der Spulenströme kann dann die Höhe der Joffefalle geändert werden, um die präparierten Atome in die Resonatormode zu verschieben.

3.4 Dissipation der im Vakuum erzeugten Wärme

Die in der Vakuumkammer angebrachten Magnetspulen und stromdurchflossenen Drähte erzeugen Ohmsche Wärme. Bei einem typischen Experimentzyklus liegt die mittlere erzeugte Leistung knapp unter 10 W. Da es im Vakuum keine Kühlung durch

ein umgebendes Medium (wie etwa Luft) gibt, muss die erzeugte Wärme gezielt abgeführt werden. Dies geschieht hier mittels eines Kühlstabes aus Kupfer (Abbildung 3.4), der an einem Ende der Vakuumteile angeschraubt ist und aus dem Vakuum geführt wird. Der Kühlstab ist mit einem Durchmesser von 3,5 cm möglichst dick konzipiert, um eine hohe Wärmeleitung zu ermöglichen. Es hat sich gezeigt, dass eine rein passive Kühlung des Kühlstabes durch Kühlkörper nicht ausreicht, um stabile Experimentierbedingungen zu schaffen. Kurzzeitig kann es nämlich zu einer starken Erhitzung einzelner Teile (wie der Joffedrähte) im Vakuum kommen. Dies bewirkt eine lokale Erhöhung des Gasdruckes und eine dadurch verringerte Lebenszeit der gespeicherten Atome.

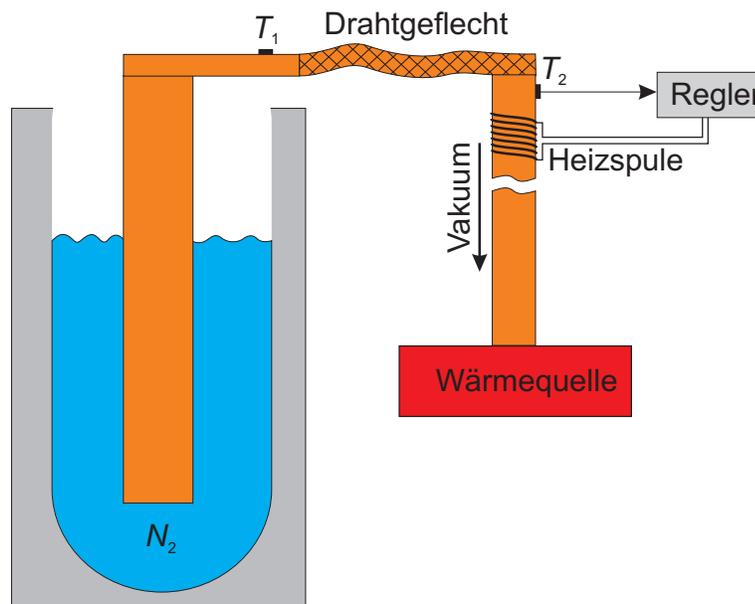


Abbildung 3.9: Kühlung der Vakuumteile. Ein Kühlfinger taucht in ein Bad aus flüssigem Stickstoff ein. Zur Isolierung akustischer Störungen wird die Verbindung zwischen Kühlfinger (links) und Kühlstab (rechts) mit einem flexiblen Kupferbandgeflecht hergestellt. Auf beiden Seiten des Geflechtes sind Temperatursensoren angebracht. Das obere Ende des Kühlstabes wird durch Heizspulen bei einer Temperatur von $T_2 = -30^\circ\text{C}$ stabilisiert. Spulen und Drähte im Vakuum bilden die zu kühlende Wärmequelle.

Deshalb muss der Kühlstab aktiv gekühlt werden. Dabei müssen, wie sich herausgestellt hat, mehrere Bedingungen erfüllt werden. Zum einen muss der Kühlstab deutlich unter 0°C abgekühlt werden, damit keine nennenswerte Erhöhung des Drucks in der Vakuumkammer mehr eintritt. Zum zweiten sollte die Temperatur am Kühlstab möglichst stabil gehalten werden. Dies ist wichtig, damit Temperaturschwankungen am Resonator und an den Joffedrähten minimiert werden (siehe Kapitel 5.4.1 und 5.5.2). Ein dritter, aber nicht weniger wichtiger Punkt ist, dass die Kühlung möglichst wenig akustische Störungen verursacht, denn der Ringresonator im Vakuum reagiert äußerst empfindlich auf diese Störungen (siehe Kapitel 5.5.3). Um

diese drei Kriterien zu erfüllen, wurde das in Abbildung 3.9 gezeigte Kühlschema aufgebaut. Zur Kühlung wird flüssiger Stickstoff verwendet, der sich in einer Thermoskanne befindet, in die ein Kupfer-Kühlfinger eintaucht. Hierbei kommt es zu Vibrationen durch das permanente Verdampfen des Stickstoffes. Diese Vibrationen werden auf ein akzeptables Niveau reduziert, indem der Kühlfinger mit dem Kühlstab durch ein flexibles Kupferbandgeflecht verbunden wird. Das Kupferband wirkt gleichzeitig als Wärmebarriere. Dies ist durchaus wünschenswert, da dadurch der Stickstoff nicht so schnell verdampft. Trotzdem muss die Thermoskanne relativ häufig (in Abständen von ca. 1.5 Stunden) nachgefüllt werden. Die Stabilität der Temperatur wird durch eine aktive Regelung am oberen Ende des Kühlstabes erreicht. Dazu sind einige Windungen Heizdraht um den Kühlstab gewickelt. Als Solltemperatur wird $T_2 = -30^\circ \text{C}$ gewählt. Die Stabilisierung erreicht eine Genauigkeit von $\pm 1^\circ \text{C}$. Diese könnte mit einer verbesserten Regelung (PI-Regler) erhöht werden. Die Temperatur auf der kalten Seite des Kupferbandgeflechtes variiert je nach Füllstand in der Thermoskanne zwischen $T_1 = -100^\circ \text{C}$ und $T_1 = -60^\circ \text{C}$. Eine Analyse der Temperatur am oberen Ende des Kühlstabes und am Resonator wird in Kapitel 5.5.2 durchgeführt.

4 Lasersystem

Laserlichtfelder werden bei Experimenten der Quantenoptik für eine Vielzahl von Aufgaben verwendet. Bei diesem Experiment lassen sich die Aufgaben in zwei Hauptklassen unterteilen. Einerseits braucht man Laser, um Atome in einer Magneto-optischen Falle zu fangen und für Experimente zur Verfügung zu stellen. Für diesen Zweck werden Diodenlaser verwendet. Andererseits wird für die Experimente ein Laser benötigt, der in den Ringresonator eingekoppelt wird und dort mit den kalten Atomen wechselwirkt. Hierzu wird ein Titan-Saphir-Laser eingesetzt, der sich aufgrund seiner intrinsisch kleinen Emissionsbandbreite für die Einkopplung in Resonatoren hoher Finesse eignet.

4.1 Diodenlasersystem

Das Diodenlasersystem besteht aus drei Laserstrahlquellen: einem Referenzlaser, einem Rückpumpulaser und einem MOT-Laser, die zusammen auf einem Tisch stehen, wo sie frequenzstabilisiert werden und an- und ausgeschaltet werden können. Das Experiment ist auf einem zweiten Tisch untergebracht, zu dem die Laserstrahlen teils über polarisationserhaltende optische Einzelmoden-Fasern, teils auf direktem Weg geleitet werden.

4.1.1 Optischer Aufbau auf dem Lasertisch

Abbildung 4.1 zeigt den optischen Aufbau des ersten Tisches. Alle drei Laser sind gitterstabilisierte Diodenlaser in Littrow-Konfiguration [Ric95], bei denen die Laserfrequenz durch piezogesteuertes Verschieben des Reflexionsgitters variiert werden kann. Der Referenzlaser (Diode Hitachi HL 7851 G) mit einer Ausgangsleistung von 11 mW (bei einem Strom von 77 mA) und der Rückpumpulaser (Diode Sharp GH0781JA2C) mit 51 mW (bei 122 mA) sind Eigenbauten, bei dem MOT-Laser handelt es sich um einen DLX-100 Laser der Firma Toptica, München mit 400 mW Ausgangsleistung. Die Laserstrahlen werden als erstes durch optische Faradayisolatoren mit einer Isolation von 60 dB geleitet, um Rückreflexionen in die Laserdioden zu vermeiden. Der DLX Laser hat intern einen 30 dB Isolator, daher wird nur ein 40 dB Isolator nachgeschaltet. Die Strahlen der beiden selbstgebauten Laser werden mit Hilfe anamorpher Prismenpaare auf eine runde Form gebracht. Bei dem DLX Laser wird dies intern mit einer Zylinderlinse bewerkstelligt. Um das emittierte Spektrum der Laser kontrollieren zu können, werden die Strahlen zusammen in einen Analysesonator eingekoppelt, dessen Länge mittels eines Piezoelements (PZT) durchgeföhren wird. Die Laser dürfen jeweils nur Licht einer Frequenz emittieren. Die Frequenzen des Referenzlasers und des Rückpumpulasers werden mit FM-Spektroskopie

stabilisiert (Kapitel 4.1.2). Hierzu wird mit den beiden an einem Glasplättchen reflektierten Strahlen Sättigungsspektroskopie betrieben. Ein Strahl wird verwendet, um das Spektrum zu erzeugen, mit dem zweiten wird das Fehlersignal erzeugt. Mit dem MOT-Laser ist ebenfalls eine Sättigungsspektroskopie aufgebaut. Diese dient aber nur zur Anzeige des Spektrums, stabilisiert wird der Laser über eine Schwebung mit dem Referenzlaser. Beim Rückpumpplaser ist der Spektroskopie ein weiterer optischer Isolator nachgeschaltet, da ansonsten Rückreflexionen aus der MOT die Stabilisierung stören. Dieser Effekt tritt nur beim Rückpumper auf, da dieser nicht über Fasern zum Experimenttisch geleitet wird. Die Laserfrequenzen werden durch akusto-optische Modulatoren (AOMs) verschoben, die es außerdem ermöglichen, die Strahlen sehr schnell (schneller als $1 \mu\text{s}$) an- und auszuschalten. Alle Laserstrahlen können mit Hilfe von „Shuttern“, kleinen magnetisch angetriebenen Verschlussblenden [Don04], innerhalb von $10 \mu\text{s}$ bis $20 \mu\text{s}$ abgeschaltet werden. Um eine schnelle Abschaltzeit zu erreichen, muss der Shutter in einem Fokus des Laserstrahls stehen. Dies stellt bei der hohen Leistung des MOT-Lasers ein Problem dar, da durch Reflexion ein Anteil des Lichts in den Laser zurückreflektiert wird. Dieses Problem tritt vor allem im Fokus auf, da das dort gestreute Licht als Kugelwelle emittiert wird. Der Anteil des in den Laser zurückreflektierten Lichts ist trotz optischer Isolatoren so hoch, dass es zu Instabilitäten der Laserfrequenz und -intensität kommt. Deshalb ist vor der im Fokus stehenden Verschlussblende ein zweiter Shutter eingebaut, der ca. 1 ms nach dem Fokusshutter schließt. Dessen Reflexion geht nicht in den Strahl zurück, da abseits des Fokus die Richtung der Streuung durch den Auftreffwinkel auf den Shutter gegeben ist. Die Strahlen (außer der Rückpumpplaserstrahl) werden in optischen Fasern zum Experiment geleitet. Dies gewährleistet eine gute räumliche Stabilität und ein sauberes Gaußprofil der Strahlen und entkoppelt die Justage der Strahlen auf dem Lasertisch von der Justage auf dem Experimentiertisch. Die Einkopplung in die Fasern muss im Abstand von einigen Wochen nachjustiert werden. Die Fasern sind in Kabelkanälen verlegt, die fest mit den optischen Tischen verbunden sind. Eine stabile und abgedeckte Lagerung der Fasern ist wichtig, da Positionsänderungen und Temperaturschwankungen zu einer Änderung der Polarisation des Lichts in der Faser führen. Der Rückpumpstrahl wird direkt auf den Experimentiertisch geleitet, um Lichtleistung zu sparen. Dies ist möglich, da räumliche Stabilität und Strahlprofil beim Rückpumpstrahl unkritische Parameter sind.

4.1.2 Aufgaben der Laser und ihre Frequenzen

Die Diodenlaser erfüllen verschiedene Aufgaben, für die auch verschiedene Frequenzen notwendig sind. Abbildung 4.2 zeigt ein Termschema von ^{87}Rb , in welchem die Frequenzen der Laserstrahlen mit eingezeichnet sind. Alle Laserfrequenzen sind in der Nähe der D_2 Linie von ^{87}Rb bei 780.2 nm . Dies entspricht Übergängen vom Grundzustand $5S_{1/2}$ in den angeregten $5P_{3/2}$ Zustand. Da der Kernspin $I = 3/2$ beträgt, spaltet der Grundzustand in zwei Hyperfeinniveaus $F = 1$ und $F = 2$ auf, der angeregte Zustand in vier Hyperfeinniveaus $F' = 0$, $F' = 1$, $F' = 2$ und $F' = 3$.

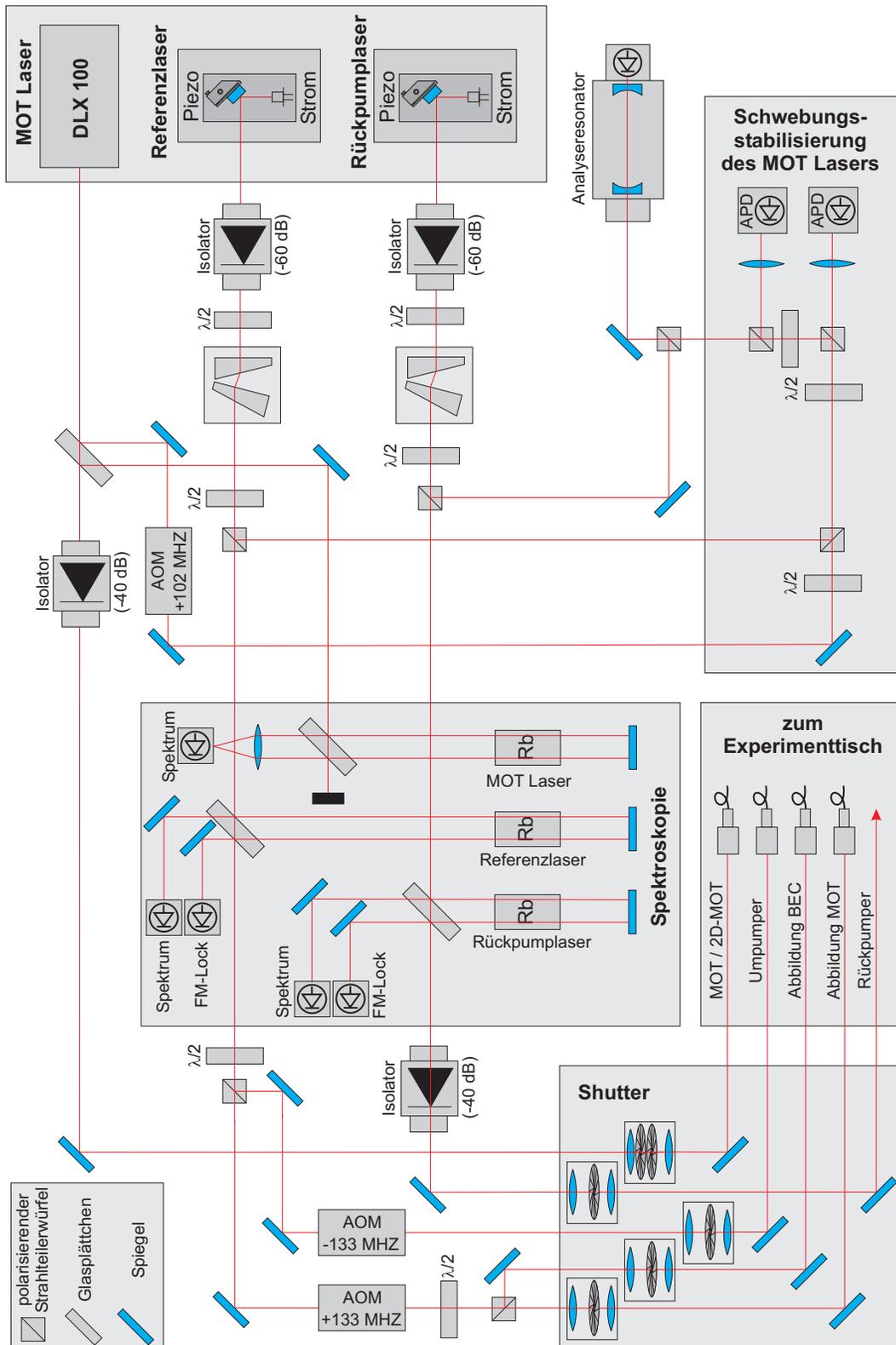


Abbildung 4.1: Aufbau des Lasersystems.

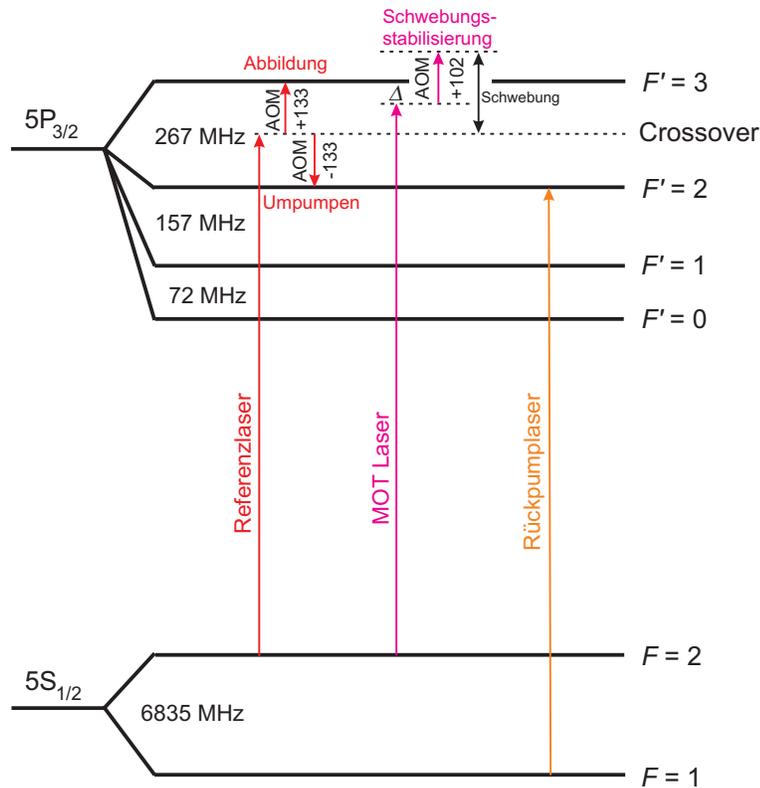


Abbildung 4.2: Termschema der D_2 Linie von ^{87}Rb bei 780.2 nm mit den Frequenzen der Laser. Die Verschiebung der Laser durch die AOMs ist in MHz angegeben.

Licht für den Betrieb von MOT und 2D-MOT

MOT-Laser und Rückpumplaser stellen Licht für die MOT und die 2D-MOT zur Verfügung. Als Kühlübergang wird der Übergang von $F = 2$ nach $F' = 3$ verwendet, zu dem der MOT-Laser zwischen 15 MHz und 100 MHz rotverstimmt wird. Mit einer Rate von etwa 1 : 1000 werden Atome durch den MOT-Laser nichtresonant in den $F' = 2$ Zustand angeregt und zerfallen in den $F = 1$ Grundzustand. Diese Atome nehmen am Kühlmechanismus nicht mehr teil und gehen der MOT verloren. Deshalb wird der Rückpumper resonant zum Übergang von $F = 1$ nach $F' = 2$ eingestrahlt. Dieser pumpt die Atome in den Kühlübergang zurück, bevor sie verloren gehen.

Umpumper

Ein Teil des Rückpumplaserstrahls wird dazu verwendet, Atome zwischen verschiedenen Zeeman-Zuständen der Hyperfeinstruktur umzupumpen. Dies ist nötig, wenn die Atome aus der MOT in die erste magnetische Falle umgeladen werden. In der MOT sind die Atome auf alle Zeeman-Zustände $m_F = -2$ bis $m_F = 2$ des $F = 2$ Grundzustandes verteilt. In einer magnetischen Falle lassen sich aber nur die

Zustände $m_F = 1$ und $m_F = 2$ fangen, denn nach (3.1) besitzen nur diese Zustände ihre minimale Energie bei einem Magnetfeldminimum. Mit dem Umpumpstrahl werden die Atome im Zustand $F = 2, m_F = 2$ präpariert.¹ Dazu wird die Frequenz des Umpumpstrahls durch einen AOM resonant zum Übergang von $F = 2$ nach $F' = 2$ eingestellt.

Abbildungslaser

Für die Analyse kalter Atomwolken werden Absorptionbilder aufgenommen. Dafür werden die Atome mit einem Strahl resonanten Laserlichts beleuchtet. Je nach optischer Dicke der Atomwolke wird ein entsprechender Anteil aus dem Laserstrahl absorbiert. Der Laserstrahl enthält somit ein Abbild der Atomverteilung, welches mit Hilfe von Linsen auf den CCD Chip einer Kamera projiziert und dort aufgenommen wird. Im Experiment sind zwei Abbildungen aufgebaut. Die erste Abbildung ist auf die MOT gerichtet, die zweite auf die Position im Resonator, wo die Experimente durchgeführt werden. Die beiden Abbildungen werden mit separaten Teilstrahlen des Referenzlasers durchgeführt. Die Frequenzen werden durch einen AOM resonant auf den Übergang von $F = 2$ nach $F' = 3$ eingestellt.

FM-Spektroskopie

Der Rückpumpplaser und der Referenzlaser werden mit Hilfe von FM-Spektroskopie stabilisiert [Pou46,Bjo80]. Dazu wird der elektrische Strom, mit dem die Laserdiode versorgt wird, mit einer Radiofrequenz von $\nu_{RF} \approx 20$ MHz moduliert, wodurch die Frequenz des Lasers Seitenbänder erhält. Mit den so präparierten Laserstrahlen wird das Rb-Spektrum am Dampf in Glaszellen mit Hilfe dopplerfreier Sättigungsspektroskopie beobachtet. Dies ermöglicht eine Auflösung der einzelnen Hyperfeinübergänge bis auf ihre natürliche Linienbreite von $\Gamma = 2\pi \cdot 6$ MHz (Abbildung 4.3). Durch Mischen des Spektroskopiesignals mit der Radiofrequenz ν_{RF} erhält man eine dispersive Linienform, die zur Regelung der Frequenz verwendet werden kann. Dazu wird das dispersive Signal über einen PI-Regler auf ein Piezoelement gegeben, das die Frequenz des Lasers steuert. Die Regelbandbreite des Piezoelements liegt in der Größenordnung von einigen kHz. Um schnellere Störungen wegzuregulieren, wie z.B. akustische Störungen, die beim Öffnen und Schließen der Shutter auftreten, wird beim Referenzlaser ein Teil des Fehlersignals über eine Proportionalregelung auf den Modulationsingang des Laserstromtreibers gegeben. Dadurch können schnelle Störungen über den Laserstrom ausgeregelt werden. Neben den Übergängen zwischen den Hyperfeinzuständen treten bei der Sättigungsspektroskopie auch Mischungen der Übergänge (Crossover-Resonanzen) auf, die jeweils in der Mitte zwischen den Übergangsfrequenzen liegen. Der Referenzlaser wird auf den Übergang von $F = 2$ zum Crossover von $F' = 2$ und $F' = 3$ stabilisiert. Dies hat einerseits den Vorteil, dass das Signal des Crossover-Peaks am größten ist. Andererseits können von diesem Übergang aus die benötigten Frequenzen für den Abbildungslaser und den Umpumpplaser durch

¹Die genaue Vorgehensweise beim Umpumpen wird in Kapitel 5.3.1 erläutert.

akusto-optische Modulatoren mit Frequenzen von ± 133 MHz erreicht werden. Der Rückpumplaser wird direkt auf den erforderlichen Übergang von $F = 1$ nach $F' = 2$ stabilisiert.

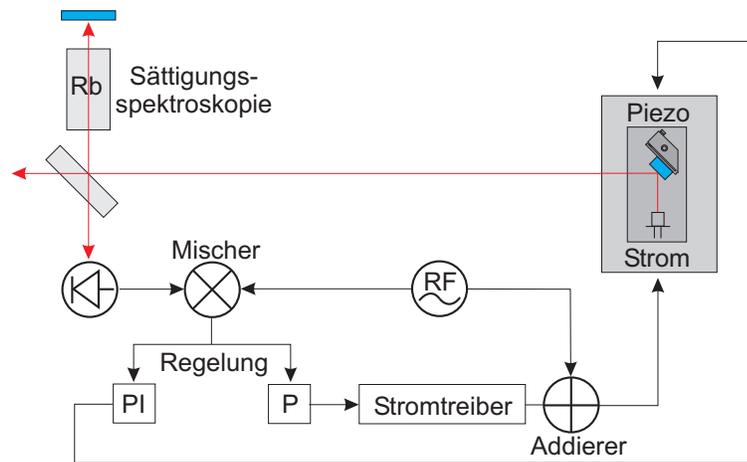


Abbildung 4.3: Aufbau der FM-Spektroskopie.

Schwabungsstabilisierung

Für die Stabilisierung des MOT-Lasers eignet sich die FM-Spektroskopie nicht, da die Breite der Regelflanke nur etwa der atomaren natürlichen Linienbreite entspricht. Die Frequenz des MOT-Lasers muss während eines Experiments aber um etwa 100 MHz verschoben werden. Deshalb wird der MOT-Laser mit Hilfe einer Schwabungsstabilisierung geregelt. Dazu werden Teilstrahlen des Referenzlasers und MOT-Lasers überlagert und auf zwei Avalanche Photodioden APDs detektiert. Mit einer der APDs wird die Schwabungsfrequenz der beiden Laser auf einem Spektrometer angezeigt. Das Schwabungssignal der zweiten APD wird in einem digitalen Frequenz-zu-Spannungs-Konverter (F/U-Konverter) weiterverarbeitet. Dieser erzeugt eine Spannung, die proportional zu der eingehenden Schwabungsfrequenz ist und somit als Regelsignal verwendet werden kann. Zu der ausgegebenen Spannung kann mit einem analogen Steuersignal ein Offset addiert werden, wodurch der Stabilisierungspunkt der Flanke und somit die Laserfrequenz variiert werden kann. Über eine PI-Regelung wird damit der Laserpiezo des MOT-Lasers angesteuert. Ein weiterer Teil des Regelsignals wird über eine Proportionalregelung auf den Modulationseingang des Laserstromtreibers gegeben, um schnelle Störungen auszugleichen. Da die F/U Konversion bei Frequenzen unterhalb von 100 MHz nicht mehr richtig funktioniert, ist es wichtig, deutlich oberhalb dieser Frequenz zu arbeiten. Deshalb wird der Teil des MOT-Laserstrahls, der für die Schwabungsmessung verwendet wird, mit einem AOM um +102 MHz verschoben, um die Schwabungsfrequenz zu erhöhen. Der MOT-Laser wird während des ersten Teils der MOT Phase um $\Delta_{\text{MOT}} = 15$ MHz rotverstimmt zum Übergang von $F = 2$ nach $F' = 3$. Die Schwabungsfrequenz beträgt somit $\Delta_{\text{Schwabung}} = (102 + 133 - 15) \text{ MHz} = 220 \text{ MHz}$, wobei die 133 MHz durch

den Frequenzabstand des Referenzlasers zum Kühlübergang gegeben sind.

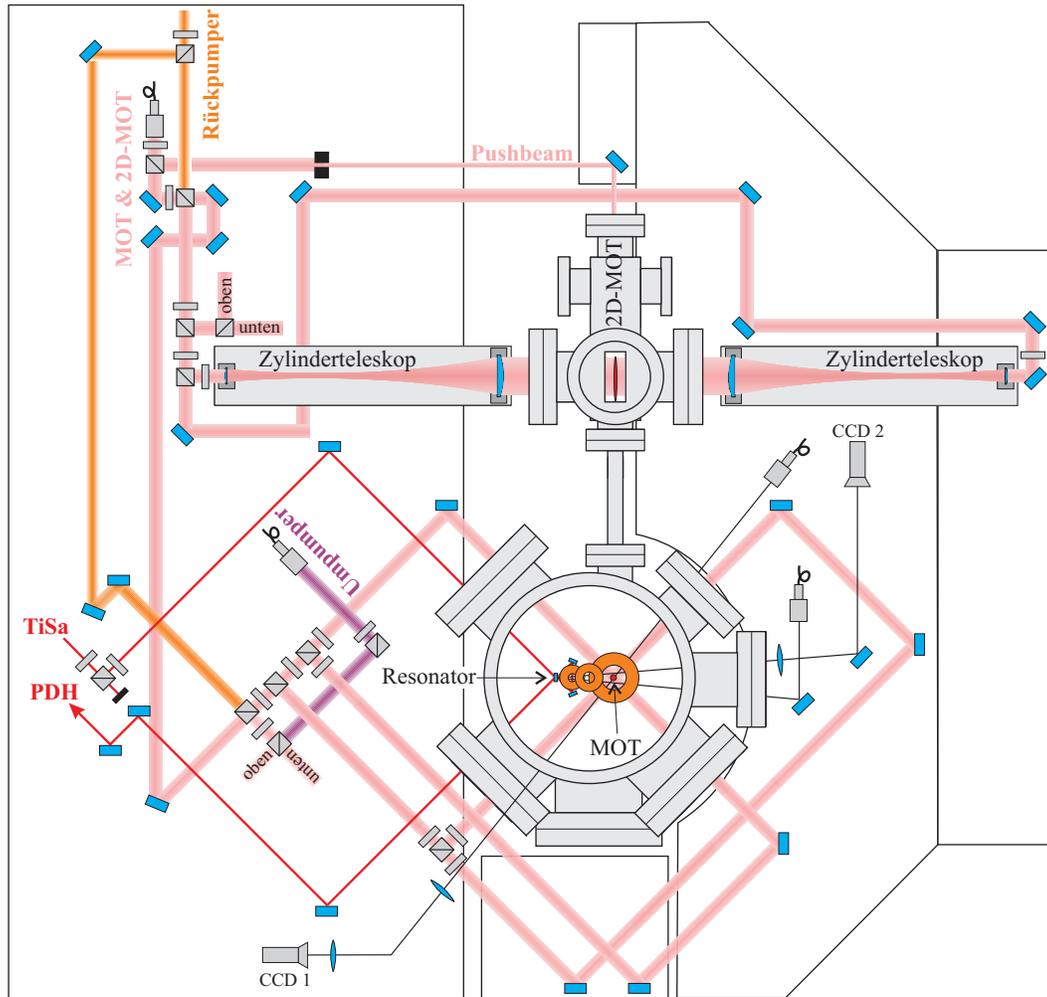


Abbildung 4.4: Optischer Aufbau auf dem Experimenttisch. Gezeigt sind MOT- und 2D-MOT-Strahlen, Rückpumper, Umpumper, Strahlen für die Abbildung der MOT und des BECs und der TiSa Laserstrahl für die Einkopplung in den Resonator. Die senkrechten Strahlen von MOT und 2D-MOT sind zur Übersichtlichkeit nur im Ansatz zu sehen.

4.1.3 Optischer Aufbau auf dem Experimentiertisch

Der optische Aufbau auf dem Experimenttisch ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Aus der Faser, die den MOT-Laserstrahl enthält, kommen 115 mW Licht bei einem $1/e^2$ Strahldurchmesser von 15 mm. Davon werden als erstes 5 mW für den Pushbeam der 2D-MOT an einem polarisierenden Strahlteilerwürfel (PBC) entnommen. Der Rest wird in 70 mW für die MOT und 40 mW für die seitlichen Strahlen der 2D-MOT aufgesplattet.²

²Die Leistungsangaben sind ungefähre Werte, die sich im Lauf einiger Wochen typischerweise um ca. 10 % verringern. Außerdem werden keine Verluste an optischen Elementen berücksichtigt.

Der Strahl für die 2D-MOT wird an drei weiteren PBCs in vier gleiche Anteile mit je 10 mW geteilt. Jeder der Strahlen wird durch ein Teleskop mit Zylinderlinsen der Fokallängen von $f_1 = 75$ mm und $f_2 = 250$ mm in seiner Breite auf 50 mm aufgeweitet und dann von je einer der vier seitlichen Richtungen in die 2D-MOT Kammer gelenkt. Der Pushbeam wird durch eine Irisblende mit 2 – 3 mm Blendenöffnung verkleinert und entlang der Achse der 2D-MOT eingeschossen.

Von den 70 mW für die MOT werden an einem PBC 30 mW für die senkrechten Strahlen abgespalten. Die restlichen 40 mW werden in vier gleiche Anteile für die seitlichen Strahlen geteilt. Die Leistung eines senkrechten Strahls ist mit 15 mW größer als die eines seitlichen Strahls (10 mW). Dies ist wünschenswert, da der Magnetfeldgradient der MOT in vertikaler Richtung doppelt so groß ist als in horizontaler Richtung. Die MOT-Strahlen und die seitlichen Strahlen der 2D-MOT werden durch $\lambda/4$ -Plättchen in zirkular polarisiertes Licht umgewandelt. Die Polarisation des Pushbeams der 2D-MOT hat keinen Einfluss und wird daher linear belassen.

Der Rückpumpstrahl besitzt etwa 20 mW Leistung. Davon geht jeweils die Hälfte in die transversalen Strahlen der 2D-MOT und in die horizontalen Strahlen der MOT. Der Umpumpstrahl kommt mit etwa $100 \mu\text{W}$ aus einer Faser und wird mit dem MOT-Strahl überlagert, der von unten auf die MOT trifft.

4.1.4 Optischer Aufbau der Abbildungssysteme

Abbildung 4.4 zeigt auch die Laserstrahlen, mit denen die Atome abgebildet werden. Zur Übersichtlichkeit sind sie nur als dünne Striche gezeichnet. In Wirklichkeit besitzt der Abbildungsstrahl für die MOT einen $1/e^2$ Strahldurchmesser von 15 mm, der Abbildungsstrahl für die ultrakalten Atome einen von 5 mm. Beide Strahlen besitzen eine Leistung von ca. $100 \mu\text{W}$. Der Abbildungsstrahl für die MOT schneidet einen der horizontalen MOT-Strahlen unter einem kleinen Winkel. Das Bild der MOT wird durch zwei Linsen auf den Chip einer CCD-Kamera projiziert. Der Abstand der ersten Linse zur MOT ist gleich der Fokallänge von 400 mm. Die Fokallänge der zweiten Linse beträgt 100 mm. Im Fokus befindet sich die Kamera. Dadurch wird die MOT mit einer Verkleinerung von 1:4 scharf abgebildet. Da die Auflösung der MOT-Abbildung unkritisch ist, werden normale sphärische Linsen verwendet. Die Abbildung der ultrakalten Atome wird am Einkoppelspiegel des Resonators unter einem Winkel von 5° zwischen Strahl und Lot des Spiegels reflektiert. Durch eine achromatische Linse der Fokallänge 200 mm im Abstand von 300 mm zu den Atomen werden auf der Kamera im Abstand von 600 mm zur Linse die Atome mit einer Vergrößerung von 2:1 abgebildet. Der Durchmesser der Linse beträgt 50 mm. Somit beträgt die numerische Apertur $NA = 0.083$, wodurch eine Auflösung von $d_{min} = \lambda/NA = 9.4 \mu\text{m}$ erreicht wird. Die Schärfentiefe beträgt $d_S = \lambda/NA^2 = 110 \mu\text{m}$. Sie gibt an, wie genau die Abstände zwischen den Atomen, der Linse und der Kamera justiert sein müssen. Zur genauen Justage ist die Linse auf einem Mikrometer-Verschiebetisch montiert. Bei den Kameras handelt es sich um das Modell Sony XC55 Donpisha II (sw) mit einer Graustufentiefe von 8 bit. Der Chip enthält 659 x 494 Pixel bei einer quadratischen Pixelgröße von $r_{px} = 7.4 \mu\text{m}$.

4.2 Titan Saphir Laser

Für die Einkopplung in den Ringresonator wird ein Titan Saphir Laser (TiSa) verwendet [Zim95]. Dieser ist aufgrund seiner schmalen Linienbreite unter 10 kHz besser für die Einkopplung in Resonatoren hoher Finesse geeignet als Diodenlaser, obwohl auch letztere in mehreren Experimenten mit Resonatoren Verwendung finden [Nag03b, Ött06]. Ein weiterer Vorteil des TiSas ist seine Durchstimmbarkeit über einen Wellenlängenbereich von ca. 50 nm. Dadurch kann man die Falltiefe des Dipolpotenzials und den Strahlungsdruck in einem großen Bereich variieren und die Laserfrequenz sowohl rot- als auch blau zur D_1 -Linie verstimmen. Der Aufbau des TiSas und seine Stabilisierung sind in [Kru04, Gün06] ausführlich beschrieben. Es folgt daher nur ein kurzer Überblick.

4.2.1 TiSa Laserresonator

Der Titan Saphir Laser ist ein Eigenbau mit einem Z-förmigen linearen Laserresonator mit zwei flachen und zwei gekrümmten Spiegeln. Der TiSa-Kristall liegt in der Mitte zwischen den beiden gekrümmten Spiegeln und kann mit bis zu 10 W grünen Lichts eines Verdi V-10 gepumpt werden. Wegen der linearen Geometrie des Lasers kommt es zu räumlichem Lochbrennen und dadurch zur Emission von mindestens zwei Moden, die sich um einen freien Spektralbereich $FSR = 1.2$ GHz in ihrer Frequenz unterscheiden. Zur Frequenz- und Modenselektion befinden sich mehrere Elemente im Resonator. Mit einem Lyotfilter kann die Frequenz von 780 nm bis 820 nm variiert werden. Ein Glasplättchen, dessen Winkel über ein Piezoelement eingestellt wird, ändert die Frequenz um bis zu einen Nanometer. Der flache Auskoppelspiegel und ein weiterer Spiegel außerhalb des Resonators bilden ein Etalon, welches die emittierten Moden weiter einschränkt und mit dem die Frequenz um ca. 20 GHz verschoben werden kann. Das Stellelement mit dem geringsten Frequenzhub ist der zweite flache Spiegel des Laserresonators. Dieser kann mit einem Piezoelement bewegt werden, wodurch sich die Laserfrequenz um bis zu 7 GHz ändert.

4.2.2 Frequenzstabilisierung

Die Frequenz des Titan Saphir Lasers soll resonant sein zu einer Mode des Ringresonators. Dazu ist eine Stabilisierung nach Pound-Drever-Hall (PDH) [Dre83] aufgebaut (Abbildung 4.5). Als stabilisierende Elemente werden das Piezoelement des TiSa-Resonators und ein akusto-optischer Modulator (AOM I) verwendet. Das Piezoelement besitzt eine Bandbreite von etwa 2 kHz und einen Hub von 7 GHz und dient daher zum Nachstellen langsamer Änderungen der Resonanzfrequenz. Schnelle Störungen regelt der AOM I mit einer Bandbreite von 200 kHz und einen Hub von 50 MHz aus. Das Laserlicht wird mit einem elektro-optischen Modulator (EOM) bei einer Frequenz von 20 MHz phasenmoduliert. Das am Einkoppelspiegel des Ringresonators reflektierte Licht wird dann auf einer Photodiode detektiert und elektronisch in ein Fehlersignal umgewandelt. Ein gutes Fehlersignal erfordert eine konstante

Lichtleistung auf der PDH-Diode. Für das in Kapitel 6.1 beschriebene Experiment ist es aber erforderlich, die in den Resonator eingekoppelte Leistung zu variieren.³ Um gleichzeitig die auf die PDH-Diode fallende Leistung konstant zu halten, wird diese mit AOM II stabilisiert. Mit dieser Methode kann die Lichtleistung bei gleichzeitiger Frequenzstabilisierung um bis zu einen Faktor 100 geändert werden. Das Spannungssignal auf der PDH Diode wird mit der Radiofrequenz gemischt und nach Wegfiltern hoher Frequenzen in zwei Teile geteilt. Ein Teil wird in einer PI-Regelschaltung verstärkt und dem Piezoelement zugeführt. Der andere Teil wird in einer sehr schnellen, extra dafür entwickelten Schaltung verstärkt und steuert die Frequenz von AOM I.

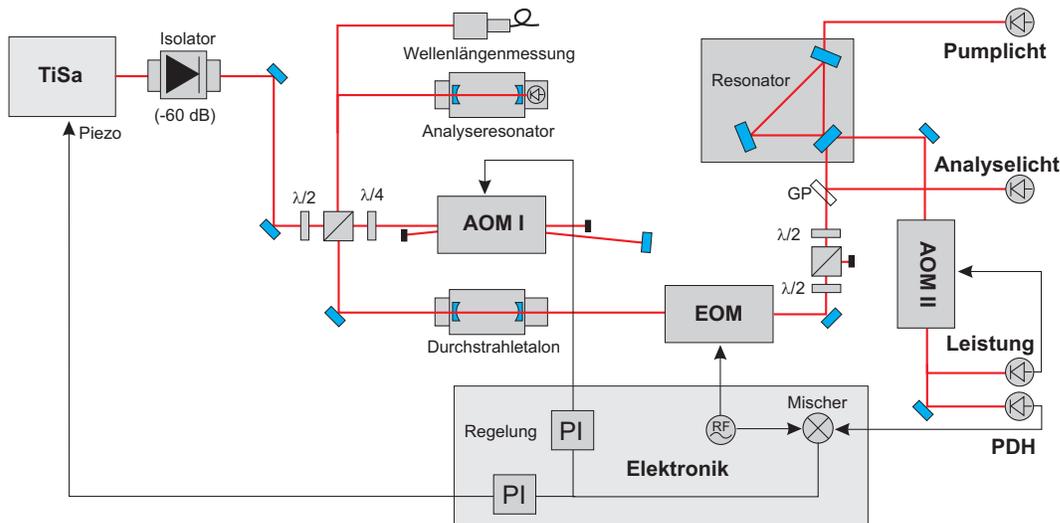


Abbildung 4.5: Schematischer Aufbau des TiSa-Lasersystems. Nach einem optischen Isolator wird ein Teil des Lichts in eine optische Faser eingekoppelt und zur Frequenzmessung in ein Wellenlängen-Messgerät geleitet. Das Modenprofil wird in einem Etalon analysiert. Der AOM I für die Regelung der Laserfrequenz wird doppelt durchlaufen, damit bei Änderung der AOM-Frequenz kein Strahlversatz auftritt. Nächstes Element ist ein Durchstrahlletalon, mit welchem eine Mode des intrinsisch zweimodigen TiSa Lasers weggefiltert wird. Das Laserlicht wird mit einem EOM phasenmoduliert, am Einkoppelspiegel des Ringresonators reflektiert und für eine Pound-Drever-Hall-Stabilisierung verwendet. AOM II dient zur Leistungsstabilisierung des auf die PDH-Diode fallenden Lichts. Außerdem werden die Transmissionen der im Ringresonator umlaufenden Lichtfelder auf Photodioden detektiert. Durch Aufteilen des Laserstrahls an einem polarisierenden Strahlteilerwürfel kann nach einem kleinen Umbau der Ringresonator von beiden Seiten gepumpt werden.

4.2.3 Modenanpassung an den Resonator

Der Verlauf der Strahlen in Abbildung 4.5 ist nur schematisch. In Wahrheit liegt zwischen dem EOM und dem Einkoppelspiegel des Ringresonators eine Distanz von

³Dies wird mit einem analogen Steuersignal an AOM I erreicht.

2.85 m, auf welcher das räumliche Profil des Laserstrahls mit Linsen angepasst wird. Denn wieviel Leistung in den Resonator eingekoppelt werden kann, hängt vom räumlichen Überlapp des durch den Einkoppelspiegel transmittierten Strahls mit der Resonatormode ab. Technisch wird dies erreicht, indem an einer bestimmten Stelle der Strahlradius w und die Krümmung der Wellenfronten R richtig gewählt werden. Dies wird am besten am Ort eines Fokus erreicht, wo die Wellenfronten flach sind. Der Ringresonator hat am Einkoppelspiegel einen Fokus mit einem Strahlradius von $w_0 = 95 \mu\text{m}$. Mit einer Messung des Strahlradius an mehreren Positionen entlang des Strahls werden die Strahlparameter am Ende des EOMs bestimmt. Die Werte betragen $w_{\text{EOM}} = 616 \mu\text{m}$ und $R_{\text{EOM}}^{-1} = 12.9 \text{m}^{-1}$. Durch zwei Linsen im Abstand 113 mm vom EOM mit der Fokallänge 200 mm und im Abstand 1913 mm vom EOM mit der Fokallänge 800 mm wird am Ort des Einkoppelspiegels ein Fokus mit einem Strahlradius von $105 \mu\text{m}$ erzeugt.

5 Charakterisierung der Versuchsanordnung

Während Kapitel 3 und 4 den Aufbau des Experiments eher von der Seite der Planung beleuchten, liegt der Schwerpunkt dieses Kapitels auf Messungen, die das Experiment charakterisieren. Die Beschreibung der einzelnen Komponenten orientiert sich an der zeitlichen Abfolge eines Experimentzyklus und zeigt dadurch exemplarisch den Ablauf einer Messung.

5.1 Typischer Ablauf eines experimentellen Zyklus

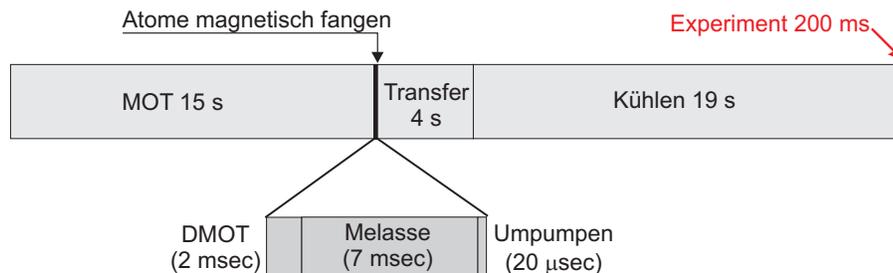


Abbildung 5.1: Typischer Experimentzyklus.

Ein typischer Experimentzyklus dauert etwa 37 s und lässt sich in vier Hauptteile untergliedern (Abbildung 5.1). Am Beginn steht immer das Einfangen und Abkühlen von Atomen durch 2D-MOT und MOT (15 s). Danach folgt das Umladen der Atome aus der MOT in eine magnetische Falle mit anschließendem magnetischen Transfer (4 s) zu den Fallenspulen. Dort wird evaporativ gekühlt (19 s). Das eigentliche Experiment inklusive Absorptionsabbildung dauert nur etwa 200 ms. Um stabile Experimentierbedingungen zu gewährleisten, wird der Zyklus nach jedem Ablauf neu gestartet. Dadurch stellt sich in der Kammer ein thermisches Gleichgewicht zwischen dem Heizen durch die Spulen und Drähte und dem Kühlen über den Kühlstab ein. Aus diesem Grund ist es auch notwendig, die Zykluslänge konstant zu halten. Andererseits ist es oft nötig, die Längen der Kühlrampen zu ändern, um z.B. verschiedene Temperaturen einzustellen. Deshalb werden in einem Zeitfenster nach Ablauf des Experiments die Fallenspulen und Joffedrähte erneut angeschaltet. Die Länge des Zeitfensters wird nachgestellt, so dass die Gesamtzeit konstant ist.

5.2 Betrieb von MOT und 2D-MOT

Zu Beginn der MOT-Phase werden die Ströme der 2D-MOT-Spulen auf einen Wert von 1.9 A, die Ströme der MOT-Spulen auf 0.9 A gesetzt, was jeweils einem Magnetfeldgradienten von ca. 10 G/cm entspricht. Die Shutter von MOT/2D-MOT-Laser und Rückpumpplaser werden geöffnet. Die Frequenz des MOT/2D-MOT-Lasers wird 15 MHz rotverstimmt zum Kühlübergang. Mit diesen Einstellungen werden für 15 s Atome aus der 2D-MOT in die MOT befördert und dort gefangen. Die für eine MOT eher geringe Verstimmung trägt der Tatsache Rechnung, dass der Fluss an Atomen aus der 2D-MOT bei geringeren Verstimnungen höher ist. Allerdings sind die Atome in der MOT auch heißer als gewöhnlich. Deshalb wird nach dem Laden der MOT für 10 ms die Rotverstimmung des MOT/2D-MOT-Lasers auf 20 MHz erhöht. Danach wird die 2D-MOT ausgeschaltet, indem der Strom der horizontalen 2D-MOT-Spulen abgeschaltet und der Strom der vertikalen 2D-MOT-Spulen in Helmholtzkonfiguration umgepolt wird, so dass Atome aus dem Einfangbereich der Atome nach unten verdrängt werden. Gleichzeitig wird die Verstimmung des MOT/2D-MOT-Lasers in 5 ms auf 100 MHz erhöht (Dark MOT). Im Anschluss daran wird mit dem MOT-Laser 7 ms lang eine optische Melasse erzeugt, das Magnetfeld der MOT wird abgeschaltet. Während der Melassephase ist es wichtig, dass das Erdmagnetfeld und andere Streufelder im Labor gut kompensiert sind, damit die Atome nicht beschleunigt werden. Dazu sind außen an der Kammer Kompensationsspulen angebracht, die zu diesem Zeitpunkt angeschaltet werden. Die Kompensation in vertikaler Richtung wird mit den MOT-Spulen selbst durchgeführt, indem an das Spulenpaar ein kleiner Strom in Helmholtz-Konfiguration angelegt wird. Die Temperatur der Atome beträgt nach der Melassephase typischerweise $30 \mu\text{K}$. Bei den in dieser Arbeit präsentierten CARL Messungen werden etwa $4 \cdot 10^8$ Atome in der MOT gefangen.

Diese Atomzahl liegt weit unter der erreichten Bestmarke von $1 \cdot 10^9$ Atomen in 10 s MOT-Ladezeit bei einer Endtemperatur von $70 \mu\text{K}$. Denn die Anzahl der Atome hängt stark vom Füllstatus der Dispenser in der 2D-MOT ab. Auf einer Zeitskala von mehreren Wochen muss der elektrische Strom, mit dem die ^{87}Rb -Dispenser betrieben werden, von etwa 4 A zu Beginn immer weiter erhöht werden bis zu einem Endstrom von etwa 8 A (im Dauerbetrieb). Dies ist nach typischerweise 2-3 Monaten der Fall. Der Partialdruck von ^{87}Rb , der mittels Absorption eines Laserstrahls gemessen werden kann, beträgt dann nur noch einen Bruchteil des mit einer Drucksonde gemessenen Drucks. Die Tatsache, dass sich die Dispenser relativ schnell leeren, war zunächst überraschend. Eine einfache Rechnung zeigt jedoch, dass eine Zeitskala von wenigen Monaten durchaus zu erwarten ist. Die 2D-MOT funktioniert am besten bei einem Druck in der Größenordnung von 10^{-7} mbar (Abbildung 5.2). Dieser Druck muss aufrecht erhalten werden gegen eine Ionengetterpumpe mit einem Saugvermögen von 20 l/s. Mit der idealen Gasgleichung $pV = Nk_B T$ folgt, dass durch die Ionengetterpumpe pro Sekunde etwa $5 \cdot 10^{13}$ Atome abgesaugt werden, mit einer Temperatur der Atome von 300 K. In einem Dispenser befinden sich 4 mg Rubidium, also etwa $3 \cdot 10^{19}$ Atome. Daraus errechnet sich eine Lebensdauer der Dispenser

von nur 7 Tagen, was eher kurz erscheint. Es muss aber berücksichtigt werden, dass die Dispenser nur wenige Stunden am Tag während der Experimente angeschaltet werden und die Saugleistung der Ionengetterpumpe durch die Pumpstrecke reduziert ist. Außerdem spielen Oberflächeneffekte eine Rolle, bei denen ^{87}Rb an der Innenwand der 2D-MOT-Kammer angelagert wird. Mit einem Umbau der 2D-MOT soll dieses Problem durch drei Maßnahmen behoben werden. Erstens sollen die neuen Dispenser so in die Kammer eingebaut werden, dass das emittierte ^{87}Rb direkt in das Einfangvolumen der 2D-MOT gelangt. Dadurch kann die 2D-MOT bei einem geringeren Druck betrieben werden. Außerdem wird zwischen der 2D-MOT und der Ionengetterpumpe ein Ventil installiert, mit welchem die Saugleistung der Pumpe weiter reduziert werden kann. Als dritte Maßnahme wird eine Glaszelle mit der 2D-MOT verbunden, welche die makroskopische Menge von 2 g Rubidium enthält und somit einen großen Vorrat bietet.

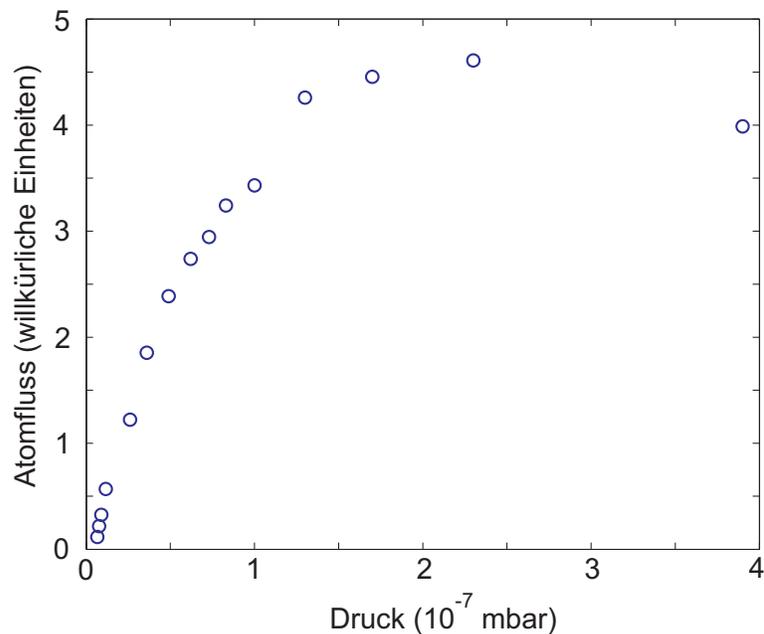


Abbildung 5.2: Atomfluss aus der 2D-MOT als Funktion des Drucks. Für diese Messung wurde die Fluoreszenz der MOT für verschiedene Drücke in der 2D-MOT aufgezeichnet. Die anfängliche Steigung der Fluoreszenz ist proportional zum eingefangenen Fluss an Atomen. Man sieht, dass das Optimum etwa bei einem Druck von $2 \cdot 10^{-7}$ mbar liegt, was mit Messungen aus anderen Gruppen [Sch02] übereinstimmt. Absolute Werte des Atomflusses werden durch Atomzahlmessungen in der MOT nach 1 s Ladezeit bestimmt und liegen in der Größenordnung von $1 - 2 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$.

5.3 Magnetischer Transfer

Die Atome der MOT werden nach einer Polarisierung der Spins durch den Umpump- laser in einer rein magnetischen Falle gefangen, die durch die gleichen Spulen wie

die MOT erzeugt wird. Der Transfer besteht aus einer adiabatischen Verschiebung der Atome durch gezielte Änderung der Ströme in den drei Magnetspulenpaaren.

5.3.1 Umladen der Atome aus der MOT in eine magnetische Quadrupolfalle

Wie in Kapitel 4.1.2 erläutert, werden die Atome der MOT im magnetischen Unterzustand $m_F = 2$ des $F = 2$ Grundzustands der Hyperfeinstruktur präpariert, damit sie in der magnetischen Falle gefangen werden können. Dazu wird der Umpumplaser, der resonant ist zum Übergang von $F = 2$ zu $F' = 2$, für eine Dauer von $20 \mu\text{s}$ mit einer Leistung von $100 \mu\text{W}$ auf die Atome eingestrahlt. Während des Umpumpens wird ein kleines homogenes Offsetfeld von etwa 1 G in vertikaler Richtung angelegt. Dadurch spalten die magnetischen Unterzustände, wie in Abbildung 5.3 schematisch gezeigt, auf. Der Umpumplaser wird mit zirkularer Polarisation vertikal von unten eingestrahlt, so dass bezüglich des angelegten Magnetfeldes σ^+ Übergänge angeregt werden. Kurze Zeit ($100 \mu\text{s}$) vor dem Umpumpen wird der MOT-Laser durch die Shutter ausgeschaltet. Der Rückpumper wird erst nach dem Umpumpen ausgeschaltet, um Atome aus dem $F = 1$ Grundzustand wieder in den $F = 2$ Zustand zu bringen.

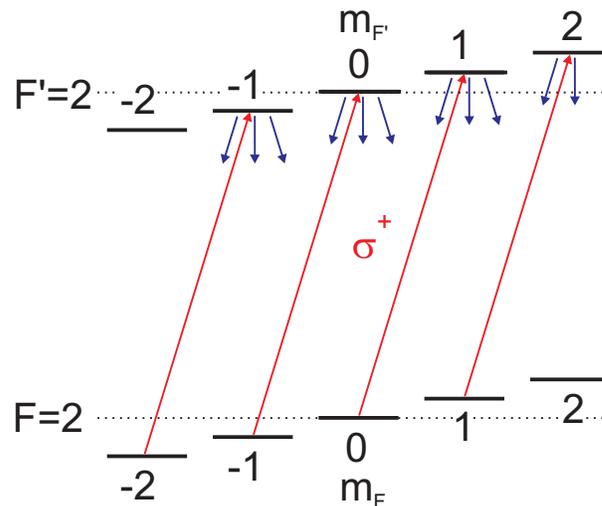


Abbildung 5.3: Umpumpen der Atome in den $F = 2$, $m_F = 2$ Zustand.

Nach dem Umpumpen werden die Ströme der MOT-Spulen möglichst schnell (in $300 \mu\text{s}$) auf ihren Maximalwert von 3 A gefahren, um eine Quadrupolfalle zu erzeugen, deren Fallenparameter ähnlich zu denen der MOT sind. Es ist wichtig, dass sich die Fallenform nicht zu sehr ändert, um Heizen zu vermeiden. Auch die Position der Quadrupolfalle muss mit der Position der MOT übereinstimmen. Da sich die MOT während des Umpumpens leicht nach unten verschiebt, wird der Strom der unteren Quadrupolspule leicht um 3% verringert. Außerdem werden die Transferspulen und

eine der Kompensationsspulen verwendet, um die Position des Quadrupols in horizontaler Richtung anzupassen. Nach dem Umladen wird die Atomwolke noch 500 ms an ihrer Position zur Thermalisierung gehalten. Dann werden die Hilfsströme, mit denen der Quadrupol verschoben wurde, in 500 ms abgeschaltet, um die Atome in eine definierte Ausgangsposition für den Transfer zu bringen. Typischerweise befinden sich zu diesem Zeitpunkt etwa $1 - 2 \cdot 10^8$ Atome in der Quadrupolfalle. Im besten Fall wurden $4 \cdot 10^8$ Atome mit einer Temperatur von $100 \mu\text{K}$ gefangen. Für eine Bestimmung der Lebenszeit der gespeicherten Atome wird die Atomzahl als Funktion der Haltezeit in der Quadrupolfalle gemessen (Abbildung 5.4). Die Anpassung einer exponentiell zerfallenden Kurve an die Daten ergibt eine $1/e$ -Zerfallszeit von $\tau_{1/e} = 40.2 \text{ s}$. Bei dieser Messung sind die Spulen nicht aktiv gekühlt. Mit Kühlung sind daher deutlich höhere Werte zu erwarten.

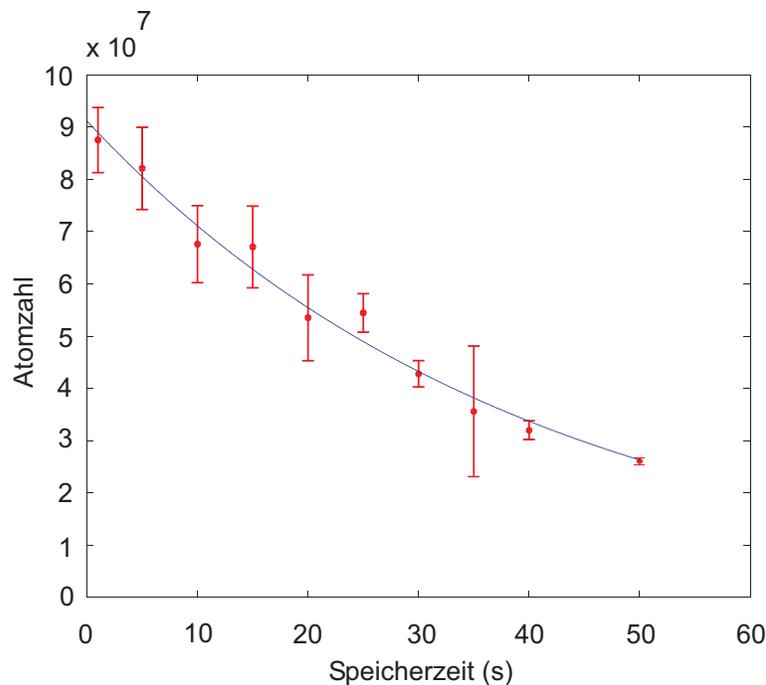


Abbildung 5.4: Lebenszeit der Atome in der Quadrupolfalle der MOT-Spulen ohne aktive Kühlung der Vakuunteile, $\tau_{1/e} = 40.2 \text{ s}$.

5.3.2 Magnetischer Transfer der Atome

Beim magnetischen Transfer dürfen sich die Atome nicht aufheizen. Diese Bedingung erfordert ein vorsichtiges Beschleunigen und Abbremsen der Atome und eine adiabatische Änderung der Magnetfeldgradienten (3.2).¹ Um die maximal zulässi-

¹Wegen $\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \nabla \mathbf{B} \cdot \mathbf{r}$ in einer Quadrupolfalle ist die Bedingung für die Magnetfelder (3.2) analog zur Bedingung für die Magnetfeldgradienten.

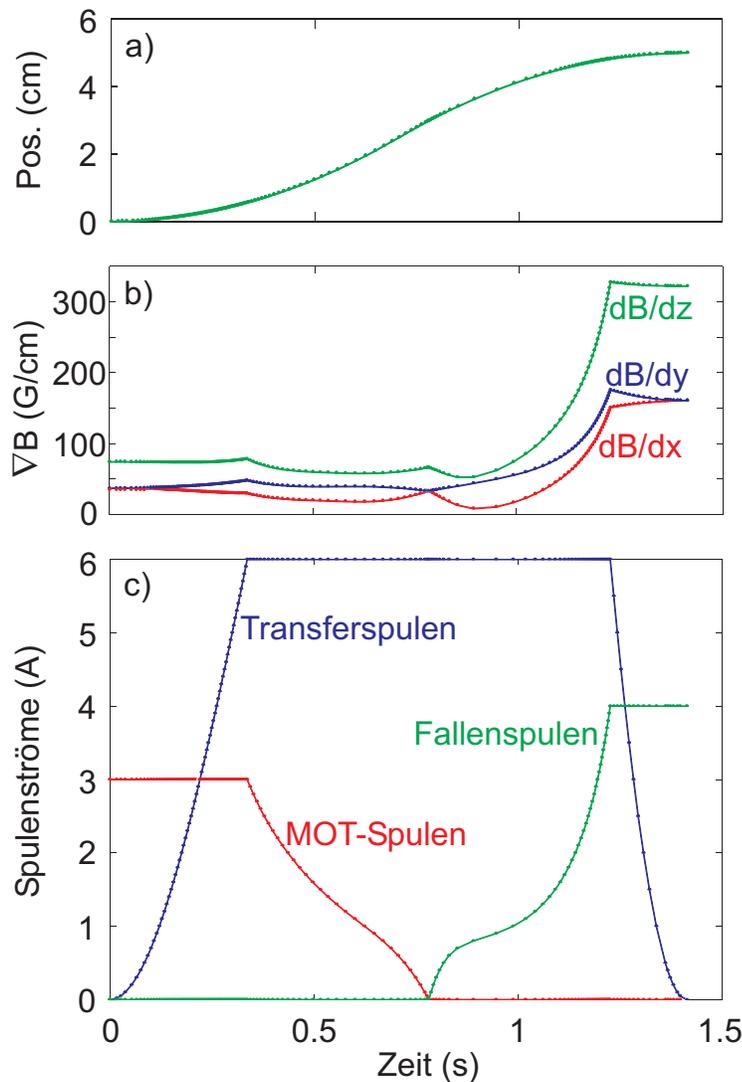


Abbildung 5.5: Magnetischer Transfer der Atome. a) Die Atome werden innerhalb von 1.4s um 5 cm versetzt, so dass die maximale Beschleunigung 0.1 m/s^2 beträgt. b) Änderung der Magnetfeldgradienten während des Transfers. dB/dz (grün): vertikale Richtung, dB/dx (rot): horizontale Transferrichtung, dB/dy (blau): horizontale Richtung senkrecht zum Transfer. c) Änderung der Spulenströme, um den Transfer zu ermöglichen.

ge Beschleunigung abzuschätzen, wird hier gefordert, dass die externe Beschleunigung viel kleiner sein muss als die Beschleunigungen, welche die Atome durch das Magnetfeldpotenzial erfahren. Bei einem realistischen Magnetfeldgradienten von $\nabla B = 50 \text{ G/cm}$ ergibt sich mit (3.1) eine interne Beschleunigung von $a = 30 \text{ m/s}^2$. Da die Position des Magnetfeldminimums in komplizierter Weise von den Spulenströmen abhängt, wird für die Berechnung des Transfers folgende Vorgehensweise angewendet. Es wird ein Satz von Spulenströmen vorgegeben, der für den Transfer geeignet erscheint. Für jeden Punkt des Satzes werden mit einem Simulationsprogramm die Position des Magnetfeldminimums und der Magnetfeldgradient ermittelt.

Jeder Position wird ein Zeitpunkt zugeordnet, so dass die Atome zuerst mit konstantem $a_+ = 0.1 \text{ m/s}^2$ beschleunigt und dann mit $a_- = -0.1 \text{ m/s}^2$ abgebremst werden. Die externe Beschleunigung ist somit viel kleiner als die interne. Der Transfer dauert etwa 1.4 s (Abbildung 5.5). Die gewählten Zeitpunkte bestimmen die zeitliche Änderung der Spulenströme. Zwischen den Punkten des vorgegeben Satzes werden diese linear interpoliert.

Für die Bestätigung der Adiabaticität werden die ermittelten Magnetfeldgradienten als Funktion der Zeit untersucht. Durch Ableitung der Kurven aus 5.5b) wird die zeitliche relative Änderung der Magnetfeldgradienten ermittelt. Sie liegt in der Größenordnung von 10 s^{-1} . Diese Rate muss mit typischen Oszillationsfrequenzen in der Quadrupolfalle verglichen werden. In dem hier vorliegenden linearen Magnetfeldpotenzial hängt die Dauer einer Schwingung von der Masse eines Teilchens m , seiner Energie E und dem Magnetfeldgradienten ∇B ab und ist gegeben durch $t_0 = 4 \frac{\sqrt{2mk_B T}}{m_F g_F \mu_B \nabla B}$. Hierbei ist die Energie des Teilchens der thermischen Energie $E = k_B T$ gleich gesetzt. Bei einer durch die Parameter $T = 100 \mu\text{K}$ und $\nabla B = 20 \text{ G/cm}$ bestimmten konservativen Abschätzung beträgt die Oszillationsfrequenz $\nu = 1/t_0 = 23 \text{ s}^{-1} > 10 \text{ s}^{-1}$. Der Transfer ist somit adiabatisch. Wie aus Abbildung 5.5 ersichtlich, nehmen die Magnetfeldgradienten während des Transfers zu. Durch diese adiabatische Kompression wird die Atomwolke zwar heißer, allerdings steigt auch die Atomdichte, so dass sich die Phasenraumdicke nicht ändert. Die Temperatur der Atome ist proportional zu $T \propto (b_x b_y b_z)^{2/9}$ [For03], mit b_i dem Magnetfeldgradienten entlang der Richtung i . Somit ist beim Transfer ein Temperaturanstieg von $100 \mu\text{K}$ auf $270 \mu\text{K}$ zu erwarten.

Die Messung der Transfereffizienz birgt die Schwierigkeit in sich, dass an der Endposition des Transfers nur sehr kalte Atomwolken abgebildet werden können. Dies liegt daran, dass heiße Atomwolken schnell expandieren und nach kurzer Zeit an die Joffedrähte stoßen bzw. von diesen verdeckt werden. Die transferierten Atomwolken sind zudem noch optisch dicht, was eine Atomzahlmessung erschwert. Deshalb werden für die Messung die Atome zu den MOT-Spulen zurücktransferiert und dann abgebildet. Dies hat außerdem den Vorteil, dass es sich um die gleiche Abbildung und somit um die gleiche Atomzahlnormierung handelt. Nach dem Transfer hin und zurück werden etwa 70 % der anfänglichen Atome gemessen. An typischen Messtagen beträgt die Atomzahl nach dem Transfer etwa 10^8 Atome. Die Temperatur ändert sich dabei nicht. Dies zeigt, dass der Temperaturanstieg durch die adiabatische Kompression reversibel ist. Der Verlust von Atomen während des Transfers liegt vermutlich an einer zu geringen Falltiefe. Während des Transfers entsteht kurzfristig ein Sattelpunkt bei einem Magnetfeld von 9 G. Das entspricht einer Falltiefe von $600 \mu\text{K}$. Typischerweise muss die Falltiefe $10k_B T$ betragen, um 95 % der Atome mit Temperatur T zu fangen.

5.4 Atome in der Joffefalle

Nach dem Transfer wird die Atomwolke 1 s lang in der Quadrupolfalle des dritten Spulenpaares gehalten, bevor mit der Evaporation begonnen wird. Diese ist zweigeteilt. Vor dem eigentlichen Kühlen in der Joffefalle werden die Atome in der Quadrupolfalle vorgekühlt, um beim Transfer von der Quadrupol- in die Joffefalle keine Atome zu verlieren. Der Transfer orientiert sich an der in [Sil06] vorgeschlagenen Strategie, bei der die Falltiefe maximiert wird. Dazu wird zunächst der Strom der äußeren Joffedrähte während 400 ms auf einen möglichst hohen Wert $I_{\text{Joffe,aussen}} = -10$ A gefahren, wobei sich durch die Polung des Stroms das Fallenminimum von den Drähten um 0.14 mm entfernt (siehe auch Abbildung 3.5). Dann wird der Strom der inneren Joffedrähte während 400 ms auf $I_{\text{Joffe,innen}} = +10$ A erhöht. Bei diesen Strömen beträgt die Falltiefe 18 G. Durch Ändern des Stroms in den äußeren Joffedrähten während 400 ms auf einen Wert von $I_{\text{Joffe,aussen}} = +10$ A entsteht eine Joffefalle mit einem Offsetfeld von 10 G und einer Falltiefe von 13 G. Danach wird der Strom in den Joffedrähten während 100 ms auf 8 A erniedrigt, wodurch höhere Fallenfrequenzen erzielt werden. Die Längen der Stromrampen sind experimentell angepasst, um möglichst kurze Transferzeiten ohne Atomzahlverluste zu erreichen.

5.4.1 Charakterisierung der Joffefalle

Die entscheidenden Parameter der Joffefalle sind die Oszillationsfrequenzen, der Magnetfeldoffset und die Tiefe der Falle. Der Einbau der Joffedrähte birgt ein Problem in sich, wodurch diese Parameter zeitlich nicht konstant sind und eine Messung erschweren. Das Problem besteht darin, dass die Drähte zwischen den Magnetspulen auf einer Strecke von 10 cm freihängend gespannt sind. Dadurch kann die Ohmsche Wärme, die während des Betriebs entsteht, nicht genügend schnell abfließen, und die Drähte erhitzen sich. Um die Erwärmung abzuschätzen, wird in einer Messung an die Joffedrähte ein konstanter Strom von 16.8 A für eine Dauer von 20 s angelegt. Gleichzeitig wird der Spannungsabfall U über die Joffedrähte (+ Zuleitungen) gemessen. Der Widerstand eines Leiters hängt von der Temperaturänderung mit $R(\Delta T) = R_0(1 + \alpha\Delta T)$ ab, wobei die Proportionalitätskonstante für Kupfer bei Raumtemperatur $\alpha_{\text{Cu}} = 1/250 \text{ K}^{-1}$ beträgt. Somit gilt bei konstantem Strom

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{U} \cdot 250 \text{ K} , \quad (5.1)$$

mit ΔU der Änderung des Spannungsabfalls. Die Messung liefert den sehr hohen Wert von $\Delta T = 150 \text{ K}$. Nimmt man weiterhin an, dass die Erwärmung in den Drähten und Zuführungen nicht homogen ist, muss es Stellen geben, wo die berechnete Erwärmung überschritten wird. Diese Messung spiegelt jedoch nicht die realistischen Bedingungen während eines Experimentzyklus' wider. In Wahrheit fließen durch die Drähte 8 A Strom für eine Dauer von 14 s. Mit der Proportionalität der elektrischen Leistung $P \propto I^2$ und der verringerten Zeitdauer kann die Erwärmung

somit während eines Zyklus abgeschätzt werden zu $\Delta T = 23$ K, wobei das Problem der inhomogenen Erwärmung bestehen bleibt. Des Weiteren muss berücksichtigt werden, dass die Vakuumteile während dieser Messung nicht aktiv gekühlt wurden. Bei realistischen Bedingungen liegt das obere Ende des Kühlstabes auf einer Temperatur von -30 °C. Außerdem wird im Experiment der Zyklus permanent wiederholt, wobei auf eine Phase mit stromdurchflossenen Joffedrähten eine Zeitspanne von etwa 30 s folgt, in der die Drähte abkühlen können. Insgesamt stellt sich daher eine Gleichgewichtstemperatur an den Drähten ein, die mit der Zyklusdauer oszilliert. Das eigentliche Problem ist nun, dass sich die Drähte bei einer Erwärmung in Richtung des Spulenmittelpunktes verschieben. Diese Verschiebung beeinflusst die Fallenparameter in sehr empfindlicher Weise. Simulationen zeigen, dass die Position der Joffefalle genauso weit verschoben wird wie die Drähte. Die radiale Fallenfrequenz ν_r ändert sich in erster Näherung linear mit der Drahtverschiebung dz mit $d\nu_r/dz \approx 1.1$ Hz/ μm . Die axiale Oszillationsfrequenz bleibt unverändert. Besonders problematisch für die Evaporation ist jedoch die mit $d\mathbf{B}_0/dz \approx 15$ mG/ μm lineare Änderung des Magnetfeldoffsets. In Kapitel 5.4.2 wird näher auf dieses Problem eingegangen.

Abbildung 5.6 zeigt Messungen der Oszillationsfrequenzen in radialer und axialer Richtung. Hierzu wird die Atomwolke jeweils in der zu messenden Richtung in der Falle in Schwingung versetzt. Dies wird erreicht, indem die Fallenposition durch Variation der Spulenströme (für die radiale Richtung) bzw. der Joffeströme (für die axiale Richtung) resonant zur erwarteten Schwingungsfrequenz versetzt wird. Dann werden die Atome für eine variable Zeit in der Falle gehalten, bevor sie für eine feste Fallzeit (TOF) fallengelassen und abgebildet werden. Der Versatz nach der Fallzeit wird gegen die Haltezeit in der Falle aufgetragen. Bei beiden Datensätzen ist eine sinusförmige Kurve angepasst worden. Man erhält a) 49.85 Hz für die longitudinale Richtung und 403.2 Hz für die radiale Richtung. Die verwendeten Magnetfeldoffsets betragen etwa a) 2 G und b) 1 G. Die Tatsache, dass bei den beiden Messungen unterschiedliche Offsets eingestellt sind, spielt keine Rolle, da die longitudinale Fallenfrequenz nur eine sehr geringe Abhängigkeit vom Offset zeigt. Betrachtet man die Qualität der Kurvenanpassungen, so ist zu bemerken, dass bei a) die Anpassung sehr gut funktioniert. Bei b) passt die Anpassung zu Beginn auch gut, nach etwa 11 ms weisen die Datenpunkte einen Phasensprung und eine veränderte Oszillationsfrequenz auf. Bei den Messungen mit größeren Haltezeiten scheint sich somit die Position der Joffedrähte verschoben zu haben. Für den Messbetrieb folgt daraus, dass man nicht davon ausgehen kann, während des evaporativen Kühlens konstante Fallenfrequenzen zu erreichen. Die Schwankung ist aber unproblematisch, solange sich die Frequenzen in einem genügend hohen Bereich befinden wie bei den oben gemessenen Werten .

5.4.2 Evaporatives Kühlen

Evaporatives Kühlen beruht auf dem Prinzip, die schnellsten Atome der Maxwell-Boltzmann-Verteilung (MBV), die durch die Temperatur eines Gases vorgegeben ist,

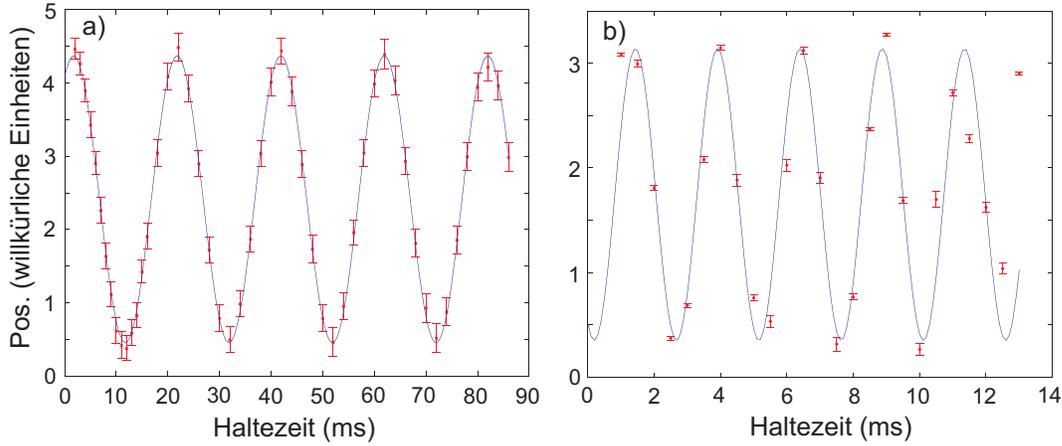


Abbildung 5.6: Bestimmung der Joffe-Fallenfrequenzen der a) longitudinalen und b) radialen Richtung. Es wird jeweils eine sinusförmige Schwingung angefitet. Bei a) beträgt die Fallenfrequenz 49.85 Hz bei einem Magnetfeldoffset von etwa 2 G, im Fall b) resultiert eine Frequenz von 403.2 Hz bei einem Magnetfeldoffset von etwa 1 G.

zu entfernen [Hes86]. Dadurch befindet sich das Gas zunächst nicht im thermischen Gleichgewicht, da die Geschwindigkeitsverteilung nicht mehr der MBV genügt. Die Atome müssen erst wieder thermalisieren, um eine neue MBV mit kleinerer Temperatur anzunehmen. Der Thermalisierung ist daher ein wichtiger Schritt und wird durch Stöße der Atome des Gases vermittelt. Daher ist es für das evaporative Kühlen vorteilhaft, wenn die Atome in steilen Fallen gefangen sind, da dadurch die Dichte der Atome und somit die Stoßrate hoch ist und die Thermalisierung schnell abläuft.

Für das evaporative Kühlen in diesem Experiment werden die im Zustand $F = 2$, $m_F = 2$ gefangenen Atome über eine Mikrowellenfrequenz an den ungefangenen Zustand $F = 1$, $m_F = 1$ gekoppelt, in welchem sie aus der Magnetfalle verdrängt werden (Abbildung 5.7). Um nur die heißesten Atome zu entfernen, wird die Mikrowellenfrequenz um eine Frequenz Δ blauverstimmt zum unverschobenen Hyperfeinübergang. Dadurch werden nur Atome angesprochen, die im Magnetfeld eine potentielle Energie von $E_{\text{pot}} = \hbar \cdot 2\pi\Delta - \mu_{BGF} m_F \mathbf{B}_0$ besitzen, mit \mathbf{B}_0 , dem Magnetfeldoffset der Joffefalle. Um diese Energie im Magnetfeld zu erreichen, müssen daher diese Atome eine kinetische Energie besitzen, die mindestens so groß ist wie die errechnete potentielle $E_{\text{kin}} \geq E_{\text{pot}}$. Durch gezielte Verringerung der Verstimmung Δ werden somit immer kältere Atome aus der Magnetfalle entfernt.

Bei diesem Experiment werden die Atome zuerst in der Quadrupolfalle für 1.8 s vorgekühlt. Beim eigentlichen Kühlen wird von 210 MHz bis zu einer variablen Endfrequenz evaporiert, die je nach Magnetfeldoffset \mathbf{B}_0 und geplanter Endtemperatur der Atome üblicherweise im Bereich zwischen 2 MHz und 10 MHz liegt. Eine typische Frequenzrampe hat die in Abbildung 5.7 b) gezeigte Form. Die Mikrowellenfrequenzen werden mit einem Synthesizer (Rhode und Schwarz) erzeugt und mit

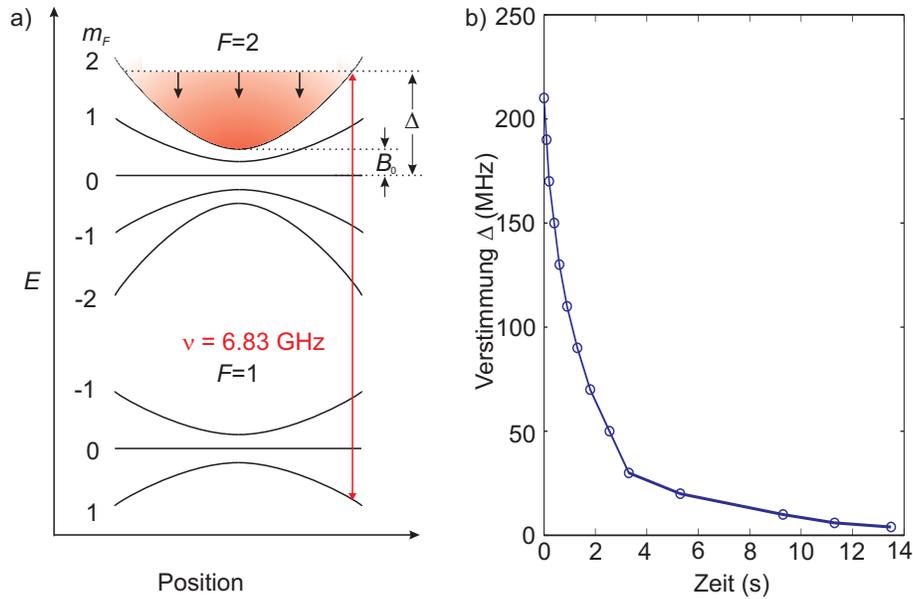


Abbildung 5.7: Entfernen der heißen Atome durch Einstrahlen einer Mikrowellenfrequenz bei 6.8 GHz. a) Energieschema bei der Evaporation. Frequenz- und Magnetfeldangaben in der Graphik beziehen sich immer auf die damit verbundene Energie. b) Typische Evaporationsrampe von 210 MHz bis 4 MHz.

einem Verstärker auf 5 W Leistung verstärkt. Eine für diesen Zweck entworfene Antenne [Don04] emittiert die Mikrowellenstrahlung mit zirkularer Polarisation. Die Strahlung tritt durch ein Fenster in die Vakuumkammer und trifft dort auf die Atome. Um eine möglichst gute Kopplung der Atome an die Mikrowellenfrequenz zu erreichen, sollte die Einstrahlungsrichtung parallel zur Richtung des magnetischen Offsetfeldes sein. Dies ist aus Platzgründen nur bedingt möglich, so dass zwischen den beiden Richtungen ein Winkel von etwa $\alpha = 25^\circ$ besteht und die Kopplung auf $\cos \alpha = 0.9$ reduziert ist.

Die Evaporation funktioniert bis zu einer Temperatur der Atome von $T = 1 \mu\text{K}$ sehr reproduzierbar. Unterhalb dieser Temperatur spielt die Schwankung des Magnetfeldoffsets aufgrund der Erwärmung und Verschiebung der Joffedrähte eine Rolle. Auf der Zeitskala von wenigen Minuten beträgt die Schwankung bis zu $\Delta B_0 < 100 \text{ mG}$, was einer Temperaturänderung von $\Delta T = \mu_B g_F m_F \Delta B_0 / k_B = 0.7 \mu\text{K}$ entspricht. Da die kritische Temperatur, bei welcher der Phasenübergang von einer thermischen Wolke zu einem BEC eintritt, etwa bei $0.5 \mu\text{K}$ liegt, ist es nicht möglich, Kondensate mit einer konstanten Atomzahl zu erzeugen. Wird im Experiment bis in den Bereich unter $1 \mu\text{K}$ evaporiert, wechseln sich zufällig Kondensate und ultrakalte thermische Wolken ab oder es sind keine Atome mehr vorhanden, wenn der Magnetfeldoffset größer ist als die Endfrequenz der Evaporation. In Abbildung 5.8 werden gemessene Abhängigkeiten der Temperatur und der Atomzahl von der Evaporations-Endfrequenz im Bereich von 4.3 MHz bis 15 MHz gezeigt. Der Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat wird üblicherweise bei einer Atomzahl

von $N = 0.5 \cdot 10^6$ Atomen erreicht.

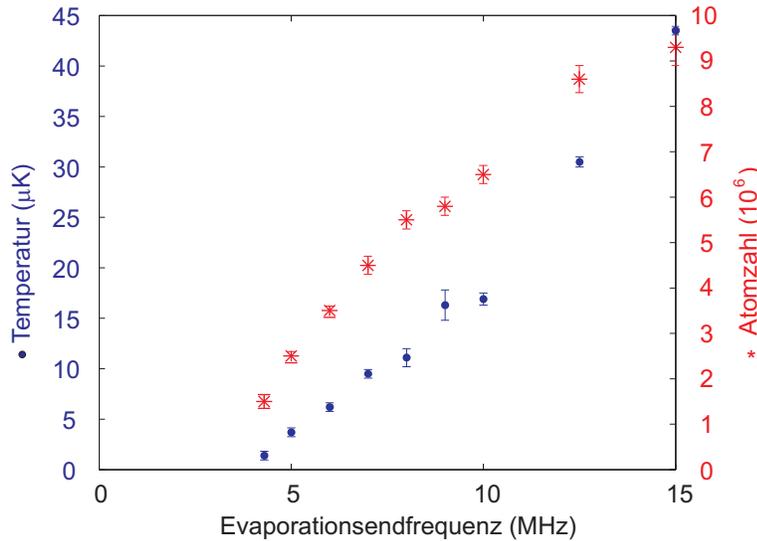


Abbildung 5.8: Gemessene Temperatur und Atomzahl als Funktion der Endfrequenz der Evaporation.

Neben der Schwankung des Magnetfeldoffsets am Ende der Evaporation gibt es durch die Erwärmung der Joffedrähte während der Evaporationsrampen auch eine permanente Drift hin zu höheren Offsetfeldern. Daher ist es notwendig, mehrmals den Strom in den Joffedrähten zu ändern und dadurch das Magnetfeld zu verringern. Zu Beginn der Evaporationsrampen beträgt der Joffestrom $I_{\text{Joffe}} = 8$ A. Bei einer Verstimmung der Evaporationsfrequenz von $\Delta = 20$ MHz wird der Strom auf $I_{\text{Joffe}} = 7.6$ A und bei $\Delta = 10$ MHz auf $I_{\text{Joffe}} = 7.5$ A erniedrigt. Mit diesem letzten Joffestrom und der im Experiment verwendeten Länge der Evaporation liegt der Magnetfeldoffset etwa bei $\mathbf{B}_0 = 2$ G, kleinere Offsetfelder können durch entsprechend kleinere Wahl des Joffestroms eingestellt werden.

5.4.3 Variation der vertikalen Position der Atome

Nach der Evaporation in der Joffefalle muss die ultrakalte Atomwolke in das Experimentieravolumen im Ringresonator transportiert werden. Wie sich gezeigt hat, befindet sich die Resonatormode etwa $650 \mu\text{m}$ vertikal unterhalb der Joffefalle. Die Höhe der Joffefalle kann leicht durch eine Variation der Ströme der Fallenspulen eingestellt werden. Um die Atome nach unten zu verschieben, wird der Strom in der unteren Spule reduziert. Abbildung 5.9 a) zeigt eine Eichungsmessung, bei der die Höhe der Joffefalle als Funktion des unteren Spulenstroms aufgetragen ist. Die Höhe wird jeweils mit einer Absorptionsabbildung bestimmt. Für die Eichung der Höhe der Resonatormode werden die Atome in den einseitig gepumpten Resonator umgeladen und dann abgebildet (Abbildung 5.10). Die erhaltenen Messpunkte sind

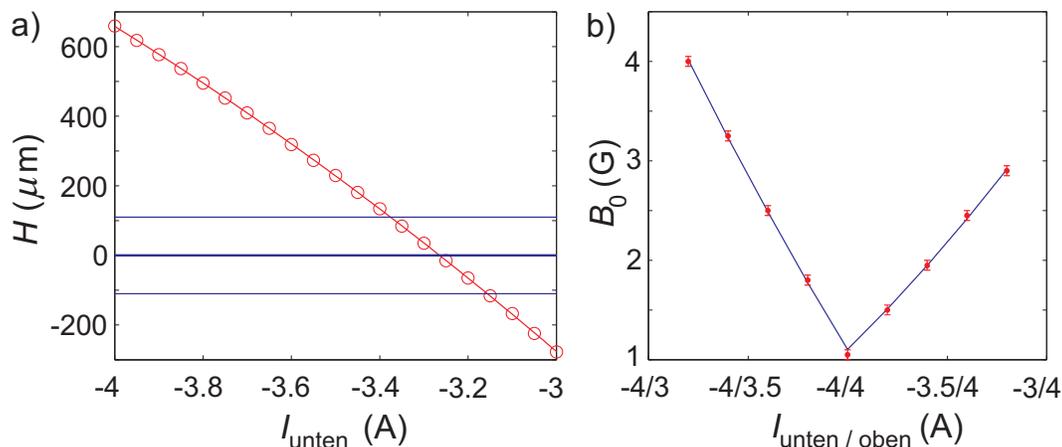


Abbildung 5.9: a) Gemessene vertikale Position der Atomwolke in Abhängigkeit des unteren Spulenstroms. Der Strom der oberen Spule beträgt 4 A. Die Messpunkte sind mit einem Polynom zweiten Grades gefittet. Bei der Höhe null befindet sich die Mitte der Resonatormode, ebenfalls eingezeichnet ist die Breite der Mode mit $w_0 = 110 \mu\text{m}$. b) Messung des magnetischen Offsetfeldes als Funktion der Spulenströme und somit der vertikalen Position. Die Asymmetrie der Kurve entsteht durch eine Neigung der Joffedrähte. Mit einer Anpassung der Neigung kann in einer Simulation (durchgezogene Linie) der Verlauf der Datenpunkte reproduziert werden.

mit einem Polynom zweiten Grades angepasst

$$H = A \cdot I_{\text{unten}}^2 + B \cdot I_{\text{unten}} + C, \quad (5.2)$$

mit $A = -149.8$, $B = -1983$ und $C = -4877$. Technisch wird der Strom der unteren Fallenspule in 100 ms von -4 A auf -3.26 A geändert. Auch bei diesem Transfer dürfen die Atome nicht zu schnell beschleunigt werden. Daher wird der Strom nicht linear, sondern sinusförmig variiert.

Bei der Verschiebung der Höhe ändert sich der magnetische Offset der Joffefalle. Abbildung 5.9b) zeigt Messungen des Offsets als Funktion der Spulenströme. Der minimale Offset wird erreicht, wenn beide Ströme (der oberen und der unteren Spule) gleich sind. Im linken Teil der Graphik b) wird der Strom der unteren Spule festgehalten und der der oberen Spule reduziert, im rechten Teil der Graphik sind die Rollen der Spulen vertauscht. Der Magnetfeldoffset bei einem bestimmten Spulenstrompaar wird bestimmt, indem die Atome mit einer Mikrowellenfrequenz bestrahlt werden. Die Verstimmung (siehe Abbildung 5.7a)) wird, anders als beim evaporativen Kühlen, ausgehend von $\Delta = 0$ so lange erhöht, bis Atomzahlverluste auftreten. Dann entspricht die Zeeman-Verschiebung der Resonanzfrequenz der Verstimmung $\hbar \cdot 2\pi\Delta = (3/2)\mu_B \mathbf{B}_0$. Der Faktor $3/2$ kommt durch die beteiligten Quantenzahlen der beiden Hyperfeinzustände $F = 2$, $m_F = 2$ mit $g_F = 1/2$ und $F = 1$, $m_F = 1$ mit $g_F = -1/2$ zustande. Es ergibt sich ein Skalierungsfaktor von 2.1 MHz/G , mit welchem sich die Magnetfeldgröße berechnen lässt. Wird der Strom

der oberen und unteren Spule vertauscht, so ist deutlich ein asymmetrisches Verhalten des Magnetfeldes zu beobachten. Die leicht unterschiedlichen Windungszahlen der beiden Spulen (Kapitel 3.2.3) erzeugen, wie Simulationen zeigen, eine Asymmetrie, allerdings nur im Bereich von etwa 1%, die beobachtete Asymmetrie liegt im Bereich von 25%. Einen sehr viel größeren Einfluss hat eine leichte Verkippung der Joffedrähte. Um die Neigung zu bestimmen, werden die Drähte durch vier lineare Stücke approximiert, welche in einer Simulation den Datenpunkten angepasst werden. Es zeigt sich, dass die Drähte oberhalb der Spulenmitte um ca. 7° aus der Vertikalen geneigt sind, dann abknicken und unterhalb fast vertikal verlaufen. Das resultierende Offsetfeld ist in Abbildung 5.9b) als durchgezogene Linie eingezeichnet.

5.4.4 Eichung der Absorptionsabbildung

Für eine genaue Atomzahlbestimmung muss die Gegenstandsgröße bekannt sein, die auf ein Pixel der Kamera abgebildet wird. Diese Größe entspricht der Pixelgröße, dividiert durch die Vergrößerung der Abbildung. Leider ist letztere nicht exakt bekannt und muss separat bestimmt werden. Üblicherweise wird die Fallparabel kalter Atome analysiert. Hier wird eine andere Möglichkeit angewendet, bei welcher die in Abbildung 5.9a) gezeigte Positionsänderung mit einer Simulation verglichen wird. Dabei wird die oben bestimmte Neigung der Drähte mit berücksichtigt, wodurch sich die Höhe im Bereich von 2% ändert. Man erhält eine Gegenstandsgröße von $3.75 \mu\text{m}$ pro Pixel in vertikaler Richtung. Bei einer wahren Pixelgröße von $7.4 \mu\text{m}$ beträgt die Vergrößerung somit 1.97:1, was der erwarteten Vergrößerung von 2:1 sehr nahe kommt. In horizontaler Richtung schließt der Abbildungsstrahl mit der langen Achse der Atomwolke in der Joffefalle einen (gemessenen) Winkel von 5° ein (Kapitel 4.1.4). Die Gegenstandsgröße in horizontaler Richtung wird dadurch um den Faktor $(\cos 4.86^\circ)^{-1} = 1.004$ gestreckt und beträgt $3.77 \mu\text{m}$ pro Pixel.

5.5 Charakterisierung des Ringresonators

Das Charakteristikum von Resonatoren ist es, bestimmte Frequenzen selektiv zu verstärken. Wie groß die Verstärkung ist, wird durch die Güte des Resonators beschrieben. Dies gilt für mechanische, elektronische oder auch wie im vorliegenden Fall optische Resonatoren. Optische Resonatoren weisen aber auch einige Besonderheiten auf. Da die beteiligten Frequenzen im optischen Bereich liegen, spielen Längenänderungen des Resonators um Bruchteile der optischen Wellenlänge eine Rolle. Somit sind optische Resonatoren sehr empfindlich gegenüber thermischen und akustischen Störungen. Eine Besonderheit von optischen Ringresonatoren ist, dass zwei Umlaufrichtungen existieren, die zwar a priori unabhängig sind, aber durch Umstreuung von Photonen miteinander gekoppelt werden können. Die Umstreuung kann durch Atome im Resonator (Abbildung 5.10) vermittelt werden. Diese Umstreuung ist der zentrale Aspekt bei den hier durchgeführten Experimenten. Ein eher unerwünschter Effekt ist die Umstreuung durch Verunreinigungen auf den Resonatorspiegeln. Wie

im Folgenden gezeigt wird, kann die Spiegelumstreuung aber durch verschiedene Maßnahmen minimiert werden.



Abbildung 5.10: Kalte Atome werden durch Verringern der vertikalen Position der Joffefalle in die Mode des Resonators bewegt. Dort sind sie im Dipolpotenzial des Lichtfeldes gefangen. In a) wird der Resonator nur von einer Richtung gepumpt, die Fallenform ähnelt daher einem Schlauch, entlang dessen sich die Atome ausbreiten können. Bei b) wird in beide Umlaufrichtungen des Resonators Licht eingekoppelt, so dass sich eine Lichtstehwelle ausbildet, in deren Bäuchen die Atome gefangen sind. Die vertikalen Balken am rechten Rand werden durch Lichtstreuung an den Joffedrähte verursacht.

5.5.1 Güte des Resonators

Die Güte optischer Resonatoren wird meist als Finesse bezeichnet und ist gegeben durch das Verhältnis aus dem freien Spektralbereich zur vollen Halbwertsbreite $\delta\nu_{1/2}$ einer Resonanz des Resonators

$$F = \frac{\Delta_{\text{FSR}}}{\delta\nu_{1/2}}, \quad (5.3)$$

wobei Δ_{FSR} durch (3.3) gegeben ist. Die Finesse ist limitiert durch Verluste im Resonator. Diese bestehen aus den Transmissionen der Resonatorspiegel T_i und zusätzlichen Absorptions- und Streuverlusten A_i mit $i = 1, 2, 3$. Der Index 1 bezieht sich immer auf den Einkoppelspiegel, Indizes 2 und 3 bezeichnen die beiden gleichen Hochreflektoren. Aus diesen Größen kann die Finesse berechnet werden [Kru04]

$$F = \frac{\pi \sqrt[4]{R_1 R_2 R_3}}{1 - \sqrt[2]{R_1 R_2 R_3}}, \quad (5.4)$$

wobei Energieerhaltung $R_i + T_i + A_i = 1$ gilt. Die Transmissionen der Spiegel sind wegen der Verwendung bei Einfallswinkeln von 45° bzw. 22.5° polarisationsabhängig. Somit kann durch Einstellen der Polarisation zwischen zwei verschiedenen Finessen gewählt werden. Die maximale gemessene Finesse beträgt $F = 320000$. Mit den vom Hersteller (Research Electro Optics, REO) angegebenen Transmissionen der Spiegel für p-Polarisation (Tabelle 5.1) kann durch Vergleich der gemessenen Finesse mit (5.4) die Summe der Verluste bestimmt werden $A_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^3 A_i = 6 \text{ ppm}$.

	p-Polarisation	s-Polarisation
Transmission Einkoppelspiegel	11 ppm	1100 ppm
Transmission Hochreflektor	1.5 ppm	7 ppm
gemessene Finesse	87000	6400

Tabelle 5.1: Transmissionen der Resonatorspiegel und gemessene Finesse.

Der maximale Wert der Finesse ist vor dem Einbau des Resonators in die Vakuumkammer gemessen worden, nach dem Einbau und Ausheizen der Kammer hat die Finesse einen Wert von $F = 87000$ angenommen. Der Grund für die Verschlechterung sind vermutlich Ablagerungen von Rb oder Ti auf den Spiegeloberflächen. Möglicherweise kann durch eine punktuelle Erhitzung der Spiegel die Finesse in Zukunft verbessert werden. Mit diesem neuen Wert und der Annahme, dass sich die Spiegeltransmissionen nicht geändert haben können, ergeben sich mit (5.4) Streuverluste von $A_{\text{tot}} = 58$ ppm. Die Messungen der Finesse werden mit dem Ring-down-Verfahren durchgeführt. Bei diesem Verfahren wird das Pumplicht des Resonators mit einem AOM in kurzer Zeit ($\Delta t \sim ns$) ausgeschaltet. Das durch einen Spiegel des Resonators transmittierte Licht zerfällt exponentiell. Aus der $1/e$ -Zerfallszeit τ ergibt sich die Finesse über $F = 2\pi\tau \cdot \Delta_{\text{FSR}}$.

Ein weiteres Maß für die Qualität des Resonators ist der Überhöhungsfaktor [Kru04]

$$\mathcal{E} = \frac{4T_1(1 - A_{\text{ges}})}{(A_{\text{ges}} + T_1)^2}, \quad (5.5)$$

wobei $A_{\text{ges}} = A_{\text{tot}} + T_2 + T_3$ aus der Summe der Gesamtverluste und der Transmissionen der Hochreflektoren besteht. Der Überhöhungsfaktor beschreibt im Idealfall das Verhältnis aus der Lichtleistung im Resonator P_{intra} zur Leistung vor dem Resonator P_{vor} . Der Idealfall erfordert eine perfekte räumliche Modenanpassung des einzukoppelnden Strahls an die Resonatormode. Dies wird experimentell nur bedingt erreicht. Zu einer besseren Interpretation gelangt man, wenn man die Leistung vor dem Resonator in zwei Anteile aufteilt $P_{\text{vor}} = P_0 + P_{\text{in}}$. Hierbei bezeichnet P_{in} die Leistung, die in den Resonator eingekoppelt werden kann, und P_0 die Leistung, die nicht räumlich an die Mode angepasst ist. Somit beschreibt (5.5) das Verhältnis der Leistungen $\mathcal{E} = P_{\text{intra}}/P_{\text{in}}$. Für eine frei wählbare Transmission T_1 und gegebenen Verlusten A_{ges} ist die Überhöhung maximal für $T_1 = A_{\text{ges}}$, wodurch $\mathcal{E} = 1/T_1$ gilt. In diesem Fall wird die gesamte Leistung P_{in} in den Resonator eingekoppelt. Dies ist aus folgender Berechnung des am Einkoppelspiegel reflektierten Lichts ersichtlich

$$P_0 + R_1 P_{\text{in}} + T_1 P_{\text{intra}} - 2\sqrt{R_1 P_{\text{in}} \cdot T_1 P_{\text{intra}}} \approx P_0. \quad (5.6)$$

Da von der einfallenden Lichtleistung P_{in} nichts reflektiert wird, muss die gesamte Leistung in den Resonator eingekoppelt worden sein. Bei dieser Rechnung wird $R_1 \approx 1$ verwendet und angenommen, dass die Frequenz des eingekoppelten Lichts mit einer Resonanzfrequenz des Resonators übereinstimmt, wodurch in dem Inter-

ferenzterm ein negatives Vorzeichen auftritt. Normiert man den Überhöhungsfaktor also auf die maximale Überhöhung von $\mathcal{E}_{\max} = 1/A_{\text{ges}}$, so beschreibt er die relative Einkopplung der Lichtleistung $R \cdot P_{\text{in}}$.

Im Folgenden soll untersucht werden, ob die aus (5.5) berechnete Überhöhung mit der experimentell erreichten übereinstimmt. Leider kann die Überhöhung nicht aus einer einzigen Messung bestimmt werden, da sowohl Modenanpassung als auch Impedanzanpassung nicht perfekt erfüllt sind. Vergleicht man das am Einkoppelspiegel reflektierte Licht im Resonanzfall mit einer Messung abseits der Resonanz, erhält man aus der Differenz der beiden Leistungen einen Ausdruck, der unabhängig von P_0 ist: $\Delta P = P_0 + P_1 - (P_0 + R_1 P_{\text{in}} + T_1 P_{\text{intra}} - 2\sqrt{R_1 P_{\text{in}} \cdot T_1 P_{\text{intra}}})$. Diese Gleichung kann nach der Überhöhung aufgelöst werden

$$\mathcal{E} = \frac{P_{\text{intra}}}{P_{\text{in}}} = \frac{4T_1 P_{\text{intra}}^2}{(TP_{\text{intra}} - \Delta P)^2}, \quad (5.7)$$

wobei wieder $R_1 \approx 1$ verwendet wird. Um die Überhöhung zu messen, muss daher die Leistung im Resonator separat bestimmt werden. Dazu wird die durch einen der Resonatorspiegel transmittierte Lichtleistung gemessen und auf die Leistung im Resonator zurückgerechnet. Mit Werten von $P_{\text{intra}} = 1.82 \text{ W}$, $P_0 + P_{\text{in}} = 450 \mu\text{W}$ und $\Delta P = 90 \mu\text{W}$ erhält man nach (5.7) eine Überhöhung von $\mathcal{E}_{\text{Messung}} = 12000$. Dieses Ergebnis stimmt mit der mit (5.5) berechneten Überhöhung von $\mathcal{E}_{\text{Theorie}} = 8500$ innerhalb der Ungenauigkeiten gut überein. Aus diesem Ergebnis kann man einerseits schließen, dass die Herstellerangaben der Transmissionen der Spiegel und der Absorption gut mit den wirklichen Werten übereinstimmen. Andererseits können die Leistungen $P_{\text{in}} = 150 \mu\text{W}$ und $P_0 = 300 \mu\text{W}$ berechnet werden. Daraus folgt, dass die räumliche Modenanpassung um einen Faktor drei verbessert werden könnte. Außerdem wäre bei richtiger Impedanzanpassung die eingekoppelte Leistung bei den momentan vorliegenden Verlusten im Resonator ca. siebenmal höher. Da die Transmission des Einkoppelspiegels vorgegeben ist, muss bei einem erneuten Öffnen der Kammer darauf geachtet werden, dass sich keine Verschmutzungen auf den Spiegeln ablagern.

5.5.2 Temperaturschwankungen am Resonator

Die Bauteile im Vakuum unterliegen zeitabhängigen Temperaturschwankungen. Einerseits kommt es zu einem Aufheizen durch die Ohmsche Wärme der Spulen und Joffedrähte, andererseits werden die Bauteile über den Kühlstab gekühlt. Diese Effekte treffen natürlich auch auf den Resonator zu, da dieser mechanisch und thermisch mit den übrigen Bauteilen verbunden ist. Aber auch schon ohne eine mechanische Verbindung könnte es zu einer Beeinflussung des Resonators durch Wärmestrahlung kommen. Die durch Temperaturänderungen hervorgerufene Längenänderung des Resonators führt zu einer Verschiebung der Resonanzfrequenz. Eine Änderung um einen freien Spektralbereich $\Delta_{\text{FSR}} = 3.4 \text{ GHz}$ entspricht einer Längenänderung von einer Wellenlänge $\Delta L = \lambda \simeq 800 \text{ nm}$. Der Aufbau des Resonators besitzt eine komplizierte Geometrie. Trotzdem wird in erster Näherung davon ausgegangen,

dass die relative Längenänderung des Resonators proportional zum Temperaturunterschied ΔT ist

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \cdot \Delta T, \quad (5.8)$$

mit $\alpha = 15 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, dem spezifischen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Edelstahl bei Raumtemperatur. Somit folgt eine Änderung der Resonanzfrequenz von

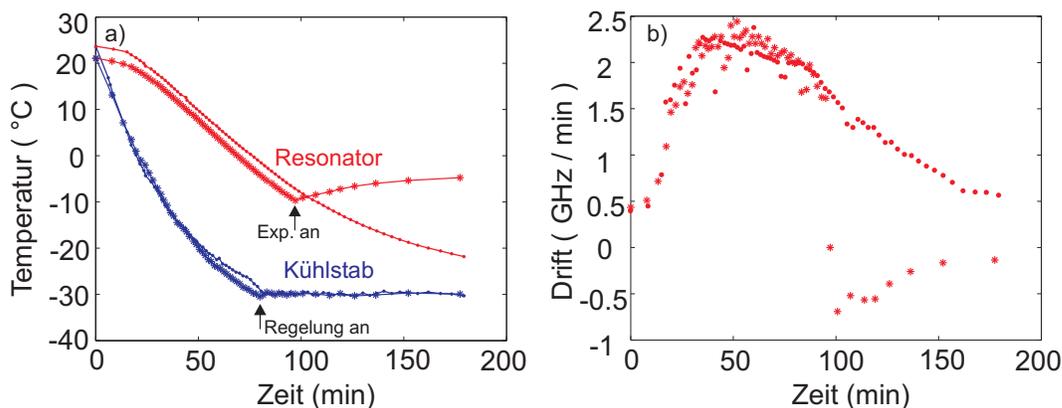


Abbildung 5.11: a) Temperatur am oberen Ende des Kühlstabes (blau) und am Resonator (rot). Gezeigt sind zwei Messungen. Bei der ersten Messung wird nur gekühlt (Punkte). Bei der zweiten Messung wird nach einer Abkühlphase der experimentelle Zyklus gestartet, wodurch es zu einem Heizen durch die Spulen im Vakuum kommt (Sterne). b) Drift der Resonanzfrequenz des Resonators für beide Experimente, bestimmt durch Ableitung der Kurven aus a).

$\frac{\Delta \nu}{\Delta T} = 5.55 \text{ GHz/K}$. Abbildung 5.11 zeigt Veränderungen der Temperatur am Resonator. Hierbei sind zwei verschiedene Experimente aufgetragen. In einem ersten Experiment wird nur der Einfluss der Kühlung untersucht (Punkte). Zu Beginn der Messung wird die Kühlung durch Einfüllen von flüssigem Stickstoff gestartet. Die Temperatur am oberen Ende des Kühlstabes (blau) sinkt dadurch und erreicht nach 80 min einen Wert von -30 °C , bei dem sie stabilisiert wird. Zur Bestimmung der Temperatur am Resonator (rot) wird die Frequenz des TiSa-Lasers festgehalten und jeweils der Zeitpunkt notiert, wenn die Frequenz in den Resonator eingekoppelt wird. In dieser Zeit hat sich die Resonanzfrequenz um einen freien Spektralbereich geändert, was mit (5.8) einer Temperaturänderung von $\Delta T = 0.61 \text{ K}$ entspricht. Man sieht, dass sich die Temperatur am Resonator langsam der äußeren Temperatur annähert. Nach drei Stunden ist die Temperatur auf unter -20 °C gefallen. In einem zweiten Experiment wird die Erwärmung der Spulen im Vakuum mit berücksichtigt (Sterne). Dazu wird, wie es bei der Durchführung der Experimente in dieser Arbeit üblich ist, der Aufbau ca. 90 min abgekühlt. Während dieser Phase stimmen die Kurven der beiden Messungen gut überein, wenn man von der Temperaturdifferenz zu Beginn absieht. Diese ist auf eine unterschiedliche Raumtemperatur zurückzuführen. Nach der Abkühlphase wird der experimentelle Zyklus gestartet, wodurch das Abkühlen des Resonators sofort gebremst wird und sich der Resonator stattdessen wieder aufheizt und gegen eine Gleichgewichtstemperatur strebt.

Durch Bilden der zeitlichen Ableitung der Messungen a) kann die Verschiebung der Resonanzfrequenz als Funktion der Zeit ermittelt werden (Teil b) der Abbildung). Man sieht, dass die Temperaturdrift nach etwa 40 min ein Maximum aufweist und dann wieder sinkt. Am Ende der Messzeit von drei Stunden beträgt die Drift bei der Messung mit ausschließlicher Kühlung etwa 0.6 GHz/min, bei der experimentell realistischen Messung mit Kühlung und Heizen durch die Spulen beträgt die Drift etwa 0.1 GHz/min.

5.5.3 Akustische Störungen am Resonator

Der Resonator ist mechanisch mit der Vakuumkammer verbunden. Dabei wurde auf eine akustische Schwingungsdämpfung zugunsten einer Stabilität der Position des Resonators verzichtet. Akustische Schwingung der Vakuumkammer und der daran befestigten Teile übertragen sich daher auf den Resonator und führen zu Oszillationen der Resonanzfrequenz. Ein besonders kritischer Punkt ist vermutlich die direkte Verbindung der Resonator-Grundplatte mit dem Kühlstab. Dieser ist aufgrund seiner langen Geometrie leicht in Schwingung zu versetzen. Wie gut die Frequenz des TiSa-Lasers auf eine Resonanzfrequenz des Resonators stabilisiert werden kann, hängt von der Amplitude der Störungen ab. Hierbei ist interessant, bei welchen Frequenzen die Störungen auftreten. Für eine Messung des Leistungsspektrums der Störungen wird der TiSa-Laser auf eine Mode des Resonators stabilisiert. Anhand der Intensitätsschwankungen des durch den Resonator transmittierten Lichts kann man abschätzen, dass die relative Schwankung der Frequenzen des Lasers und des Resonators deutlich kleiner ist als 10 kHz. Zur Messung der Frequenz des Lasers wird die spektrale Charakteristik des Durchstrahletalons verwendet. Auf den Flanken der spektralen Transmissionskurve wird ein Rauschen der Frequenz in ein Rauschen der Amplitude des durch das Etalon transmittierten Lichts übersetzt. Ebenso kann natürlich eine Änderung der Länge des Durchstrahletalons durch z.B. akustische Störungen zu einer Änderung der transmittierten Lichtleistung führen. Abbildung 5.12 zeigt die Fouriertransformation der Lichtleistung nach dem Durchstrahletalon. Bei der Messung wird ein Zeitabschnitt von 10 s mit einer Dichte von 0.1 ms pro Messpunkt untersucht. Das Rauschen tritt überwiegend in dem in der Graphik gezeigten Frequenzbereich unter 100 Hz auf. Hierbei scheinen vor allem Frequenzen bei 15 Hz und Vielfache davon eine Rolle zu spielen. Im Bereich bis zu 5 kHz ist nur bei einer Frequenz von 1.75 kHz noch ein kleines Maximum mit einer Amplitude von 9 Einheiten beobachtbar. Dieses Rauschen wird vermutlich von Regelschwingungen des TiSa-Piezoelements verursacht. Frequenzen höher als 5 kHz werden nicht untersucht. Die Frequenzamplitude des Rauschens bei 15 Hz kann aus der Spannungsamplitude des Rauschens über die Steigung der spektralen Transmissionskurve des Etalons zurückgerechnet werden. Diese Methode ist nicht besonders genau, gibt aber eine Größenordnung an, in der sich die Frequenzamplitude des Rauschens bewegt. Man erhält einen Wert von ca. 0.5 GHz, was bedenklich hoch ist. Aus der Transmission des Ringresonators ist aber ersichtlich, dass die Stabilisierung trotz der großen Rauschamplitude funktioniert.

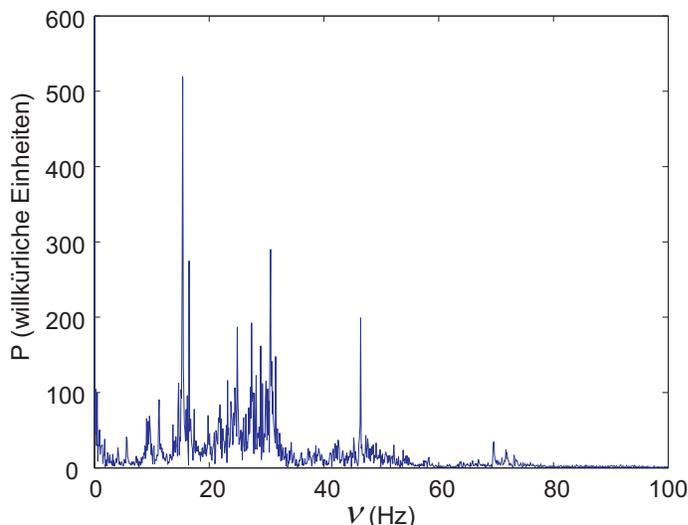


Abbildung 5.12: Frequenzspektrum des akustischen Rauschens des Resonators.

5.5.4 Detektion der Lichtfelder im Resonator

Das durch die Resonatorspiegel transmittierte Licht wird mit Photodioden detektiert. Um aus dem Photodiodensignal die Leistung des Lichtfeldes im Resonator zu bestimmen, muss das Signal geeicht werden. Es wird davon ausgegangen, dass die angegebenen Transmissionen der Resonatorspiegel gut mit den wirklichen Werten übereinstimmen. Die Analyse der Finesse und des Überhöhungsfaktors in Kapitel 5.5.1 zeigen, dass diese Annahme in guter Näherung erfüllt ist. Die Photodiodensignale werden mit einem Leistungsmessgerät geeicht. Die Leistung im Resonator wird dann mit den Transmissionen der Spiegel zurückgerechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Bei den in Kapitel 6.1 durchgeführten Experimenten wird der Resonator im Gegenuhrzeigersinn gepumpt. Atome, die sich im Resonator befinden, werden durch Strahlungsdruck und durch den CARL-Effekt von den Joffedrähten wegbewegt. Dadurch bleiben die Atome länger beobachtbar, als wenn sie sich in Richtung der Joffedrähte bewegen. Die Transmission der gepumpten Mode wird mit einer Photodiode (Typ FFD 100) detektiert und nachverstärkt. Damit können Signale bis zu einer Bandbreite von mehreren MHz aufgelöst werden. Das Analyselicht, welches im Resonator entgegengesetzt zum Pumplicht im Uhrzeigersinn umläuft, besitzt eine sehr viel kleinere Leistung als das Pumplicht. Daher wird zur Detektion dieses Lichtfeldes der Einkoppelspiegel genutzt, dessen Transmission höher ist. Das transmittierte Analyselicht läuft dadurch dem Einkoppelstrahl entgegen und wird von diesem durch ein Strahlteilerplättchen getrennt (Abbildung 4.5).² Von dort wird es auf eine sehr sensitive Avalanche Photodiode APD (C30902E der Firma EG&G Optoelectronics) gelenkt. Der Diodenstrom wird mit einem Transimpedanzverstärker (DLPCA-200 der Firma Femto) in ein Spannungssignal umgewandelt. Mit dieser Schaltung können Signale mit einer Bandbreite von über einem

²Die Reflexion des Strahlteilerplättchens geht in die Berechnung der Eichwerte in Tabelle 5.2 mit ein.

	p-Polarisation	s-Polarisation
Pumplicht P_+	0.22 W/V	1.3 W/V
Analyselicht P_-	0.029 mW/V	3.2 mW/V

Tabelle 5.2: Eichung der Spannungssignale der Photodioden auf die Lichtleistung im Resonator.

MHz aufgelöst werden.

5.5.5 Spiegelrückstreuung

Spiegelrückstreuung ist bei Lasergyroskopen ein bekannter Effekt. Er koppelt die beiden Umlaufrichtungen des Resonators. Für die Anwendung von Lasergyroskopen als Rotationssensoren bedeutet dies, dass die Rotationsgeschwindigkeit einen Schwellwert überschreiten muss, unterhalb dessen Modenkopplung auftritt und eine Messung unmöglich macht [Cho85]. Auch bei Experimenten mit ultrakalten Atomen in Ringresonatoren spielt Spiegelrückstreuung eine Rolle. In [Kru04] wird der Einfluss der Spiegelrückstreuung auf den kollektiven atomaren Rückstoß-Laser untersucht. Es zeigt sich, dass die kollektive Kopplung der Atome von der Spiegelrückstreuung beeinflusst wird und umgekehrt die Spiegelrückstreuung durch Anwesenheit von Atomen unterdrückt wird. Es scheint ein Konkurrenzverhalten zwischen den beiden Effekten zu geben. Wenn die Kopplungsstärke der Spiegelrückstreuung größer ist als die Kopplung der Lichtfelder durch die Atome, tritt der CARL-Effekt nicht auf. Da die Kopplung proportional zur Atomzahl ist, spielt Spiegelrückstreuung vor allem bei kleinen Atomzahlen eine Rolle. In dieser Arbeit werden ultrakalte Atome verwendet, daher sind die Atomzahlen viel kleiner als bei den vorhergehenden Experimenten [Kru04, Cub06a]. Glücklicherweise kann die Spiegelrückstreuung durch geeignete Wahl der longitudinalen Mode des Resonators minimiert werden. Dieser Effekt beruht auf der Interferenz des von den verschiedenen Resonatorspiegeln rückgestreuten Lichts. Jeder Spiegel streut mit einer Rate $U_n e^{2ikx_n}$ ($n = 1, 2, 3$) Licht um, mit x_n der Position der Spiegel und $k = \omega/c$ der Wellenzahl des Pumplichtes. Das Lichtfeld der ungepumpten Mode α_- ergibt sich aus [Kru04]

$$\dot{\alpha}_- = -\kappa\alpha_- - i \sum_{n=1}^3 U_n e^{2ikx_n} \alpha_+, \quad (5.9)$$

mit α_+ , dem Pumplichtfeld, und κ , der Linienbreite des Resonators. Daraus erhält man als stationäre Lösung für die Leistung des rückgestreuten Lichts P_-

$$\frac{P_-}{P_+} = \frac{|\alpha_-|^2}{|\alpha_+|^2} = \kappa^{-1} \left| \sum_{n=1}^3 U_n e^{2ikx_n} \right|^2. \quad (5.10)$$

Die Spiegelrückstreuung ist somit frequenzabhängig. Dies ist beobachtbar, wenn bei einer festen Resonatorlänge die Frequenz des Pumpasers von einer Resonanz um ein Vielfaches eines freien Spektralbereichs verschoben wird (Abbildung 5.13). Für die

Messungen können somit Moden ausgesucht werden, bei denen die Spiegelrückstreuung klein ist. Während der Messungen tritt aber das Problem auf, dass sich die Resonatorlänge (z.B. durch Erwärmung) ändert. Da der Pump laser durch die Stabilisierung auf Resonanz gehalten wird, sollte eine rein homogene Längenänderung des Resonators, bei der sich die Abstände der Spiegel im gleichen Maße ändern wie die Gesamtlänge, keinen Einfluss haben. Dies wird deutlich, wenn man sich vor Augen führt, dass die Längenänderung zwischen den Spiegeln durch die Änderung der Wellenlänge des Lasers kompensiert wird und die Phase des Lichts auf den Spiegeln dadurch konstant bleibt. Experimentell wird aber eine Änderung der Spiegelrückstreuung beobachtet. Dies ist durch eine inhomogene Längenänderung des Resonators zu erklären. Im Experiment muss nach einer Messzeit von durchschnittlich 10 min eine neue Mode mit kleiner Spiegelrückstreuung gesucht werden. Durch eine mögliche Verbesserung des Aufbaus kann die Experimentierzeit mit einer Mode verlängert und die Größe der Spiegelrückstreuung verkleinert werden [Kre07]. Dazu wird von außen Licht in die Analysemode des Resonators eingekoppelt. Dieses Licht interferiert mit dem von der Pumpmode umgestreuten Licht. Durch eine Stabilisierung der Phase des in die Analysemode eingekoppelten Lichts kann die Leistung in der Analysemode auf ein Minimum stabilisiert werden.

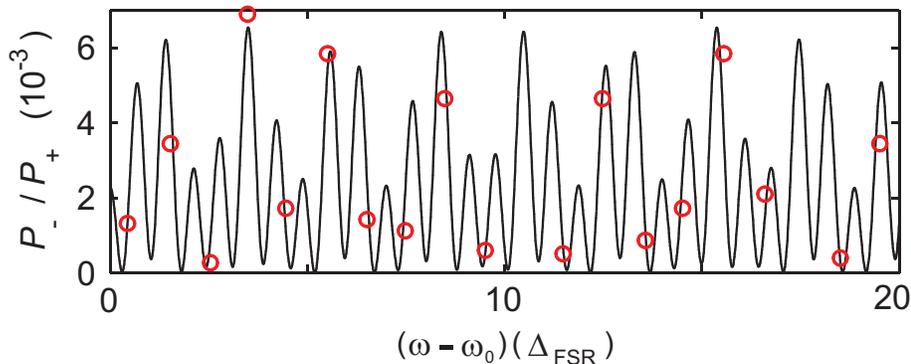


Abbildung 5.13: Spiegelrückstreuung als Funktion der Frequenz. Da die Messpunkte (\circ) jeweils einen freien Spektralbereich voneinander getrennt sind, kann die in (5.10) enthaltene und in der theoretischen Kurve sichtbare Periodizität nicht aufgelöst werden. Die theoretische Kurve wird durch Anpassung der Kopplungsstärken U_n , der absoluten Lichtfrequenz ω_0 und der genauen Abstände der Spiegel x_n an die Messwerte gefunden.

6 Experimente und Messungen

Nachdem im bisherigen Teil der Arbeit die theoretischen Voraussetzungen und der experimentelle Aufbau erläutert wurden, geht es im Folgenden um die Experimente, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden. Dies sind Experimente mit ultrakalten thermischen und kondensierten Atomwolken, die mit den Lichtfeldern eines optischen Ringresonators wechselwirken.

6.1 Braggstreuung eines Bose-Einstein-Kondensats

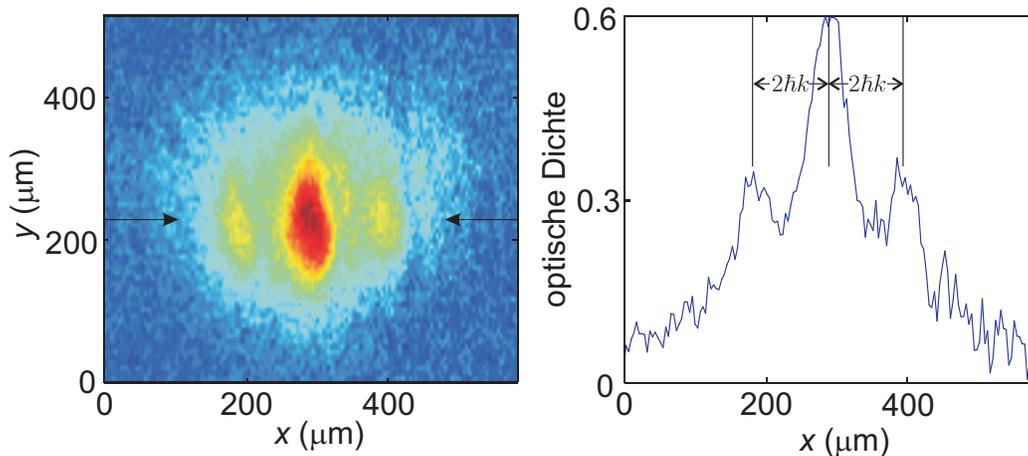


Abbildung 6.1: Braggstreuung eines Bose-Einstein-Kondensats an einer optischen Stehwelle. a) Absorptionsbild nach 9 ms Fallzeit. b) Horizontaler Schnitt durch die Abbildung a)

Um die Funktionalität des neuen experimentellen Aufbaus zu testen, wurde als erstes ein einfaches Braggstreuungs-Experiment durchgeführt. Bragg-spektroskopie wird seit ihrer ersten Anwendung im Jahre 1914 durch W.H. Bragg und W.L. Bragg [Bra22] erfolgreich bei der Analyse kristalliner Festkörper eingesetzt. Hierbei wird Röntgenlicht an den Gitterebenen eines Festkörpers gestreut. Die Streuung wird durch Interferenz der an verschiedenen Ebenen gestreuten Lichtwellen in bestimmten Winkelbereichen (Braggwinkel) überhöht. Seit einigen Jahren wird Braggstreuung von Licht auch an kalten atomaren Gasen durchgeführt [Wei95, Bir95, Sla05a, Sla05b]. Die Gasatome werden hierbei in einem periodischen Dipolpotenzial angeordnet und bilden ein sogenanntes optisches Gitter. Die Realisierung von Bose-Einstein-Kondensaten und somit von kohärenten Materiewellen hat es möglich

gemacht, die Rollen des Lichts und der Atome bei der Braggstreuung zu vertauschen. Bose-Einstein-Kondensate können an Lichtstehwellen gebeugt werden. Diese Art der Braggstreuung wurde auch in dieser Arbeit durchgeführt. Hierzu wird ein Bose-Einstein-Kondensat in der Joffefalle erzeugt. Das Kondensat wird magnetisch in den Resonator transferiert. Der Resonator wird unterdessen beidseitig mit Licht der Wellenlänge $\lambda = 797 \text{ nm}$ gepumpt, so dass sich im Resonator eine Lichtstehwelle ausbildet. Um während des Transfers optische Streuverluste von Atomen aus dem Kondensat gering zu halten, wird die Leistung des Lichts im Resonator auf ein Minimum reduziert.¹ Außerdem werden die Atome nicht bis in die Mitte der Resonatormode transferiert, sondern nur bis zu einem Abstand von $d = 160 \mu\text{m}$. In diesem Abstand ist die Intensität des Modenprofils auf wenige Prozent der maximalen Intensität in der Mitte der Mode abgefallen. Nach Beendigung des Transfers wird die Lichtleistung schlagartig für $500 \mu\text{s}$ um einen Faktor 10 bis 100 erhöht. Danach werden das Lichtfeld und die magnetische Falle ausgeschaltet und die Atome fallen gelassen. Nach einer Fallzeit von $t_{\text{TOF}} = 9 \text{ ms}$ werden die Atome abgebildet. Durch die Beugung an der Lichtstehwelle werden dem Bose-Einstein-Kondensat, das sich zunächst in Ruhe $|p\rangle = |0\rangle$ befindet, zwei Beugungsordnungen $|p\rangle = |\pm 2\hbar k\rangle$ aufgeprägt. Diese werden durch die freie Expansion während der Flugzeit räumlich getrennt und können in Flugzeitbildern wie in Abbildung 6.1 beobachtet werden. Um das Kondensat herum ist hier auch ein Hintergrund an thermischen Atomen erkennbar. Die Trennung der einzelnen Beugungsordnungen ist gegeben durch $\delta x = 2\hbar k t_{\text{TOF}}/m$. Mit den hier verwendeten Parametern ergibt sich $\delta x = 104 \mu\text{m}$. Wie im Querschnitt durch das Beugungsmuster in Abbildung 6.1 zu erkennen ist, stimmt die berechnete Aufspaltung mit der gemessenen sehr gut überein.

6.2 Durchführung der CARL-Messungen

Die Atome, die mit den Lichtfeldern des Resonators wechselwirken sollen, werden, wie in Kapitel 5.4.3 erläutert, innerhalb von 100 ms von einer Position oberhalb des Resonators in den Resonator gefahren. Wenn der Resonator in dieser Zeitspanne mit typischen Lichtleistungen gepumpt würde, würde man einen Großteil der Atome aus dem Kondensat verlieren. Für typische Parameter haben bereits nach 5 ms über 60% der Atome ein Photon gestreut. Bei der Beobachtung der Braggstreuung in Kapitel 6.1 konnten die Streuverluste vor allem dadurch minimiert werden, dass die Atome nur bis an den Rand der Resonatormode bewegt wurden. Bei der Untersuchung der Wechselwirkung zwischen den Atomen und den Resonatormoden, wie bei CARL, sollten sich die Atome jedoch im Zentrum der Resonatormode befinden, um einen guten Überlapp der atomaren Verteilung und der Moden zu gewährleisten. Daher wird während der CARL-Experimente folgendermaßen vorgegangen: Während des vertikalen Transfers der Atome wird das Pumplicht, das von einem Titan-Saphir-Laser stammt (Kapitel 4.2), mit einem AOM ausgeschaltet (Abbildung

¹Die Stabilisierung der Lichtfrequenz erfordert eine Mindestleistung an Licht im Resonator.

6.2). Dies hat zur Folge, dass die Lichtfrequenz in dieser Zeitspanne nicht auf die

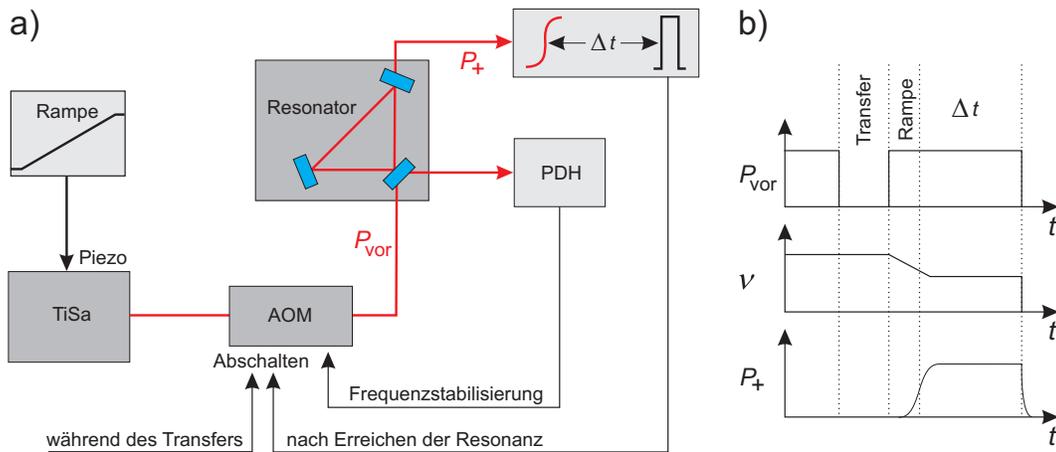


Abbildung 6.2: Steuerung des Pumplichtfeldes während eines Experiments. Während des Transfers der Atome wird das Lichtfeld mit einem akusto-optischen Modulator (AOM) abgeschaltet. Danach wird das Lichtfeld wieder eingeschaltet und die Lichtfrequenz mit einer linearen Rampe durchgeföhrt, bis die Resonanzfrequenz des Resonators erreicht wird. Der schnelle Zweig der Frequenzregelung über den AOM hält die Laserfrequenz auf Resonanz. Eine Schaltung misst den Zeitpunkt, wann die Pumpleistung im Resonator ansteigt, und schaltet den Pumpstrahl mit dem AOM nach einer variablen Zeit Δt ab. Gezeigt sind a) der schematische Aufbau und b) die Lichtleistung des Pumplichtes vor und nach dem Resonator und dessen Frequenz.

Resonanzfrequenz des Resonators stabilisiert werden kann. Befinden sich die Atome im Resonator, wird das Pumplichtfeld wieder eingeschaltet, und die Lichtfrequenz des TiSa-Lasers wird mit dem TiSa-Piezoelement in einer linearen Rampe durchgeföhrt. Das TiSa-Piezoelement wird normalerweise als langsames Stellglied für die Regelung der TiSa-Frequenz verwendet. Wenn sich die Lichtfrequenz innerhalb des Empfangsbereichs des schnellen Stellgliedes der Stabilisierung (des AOMs) von der Resonanzfrequenz des Resonators befindet, beginnt der schnelle Teil der Regelung zu greifen und zieht die Lichtfrequenz auf die Resonanzfrequenz des Resonators. Die lineare Rampe am Piezoelement ändert weiterhin die Lichtfrequenz vor dem AOM. Der AOM wirkt jedoch dieser Frequenzverschiebung entgegen, bis wiederum das Ende des Empfangsbereichs erreicht ist. Dann versagt die Regelung, und die Leistung der Pumpmode bricht ein. Um diesen Endzeitpunkt kontrolliert verkürzen zu können, wird eine weitere Schaltung verwendet. Eine Photodiode misst die durch einen der Resonatorspiegel transmittierte Pumpleistung und detektiert über einen Schmitt-Trigger den Zeitpunkt, wann die Lichtleistung im Resonator ansteigt. Eine elektronische Schaltung erzeugt nach einer einstellbaren Wartezeit einen TTL-Puls, der dazu verwendet wird, das Licht des TiSa-Lasers mit dem AOM schnell abzuschalten. Der Abfall der Pumpleistung geschieht dann auf der durch die Linienbreite des Resonators vorgegebenen Zeitskala von $4 \mu\text{s}$.

Aufgrund dieser technischen Randbedingungen dauert es ca. $30 - 40 \mu\text{s}$, bis die Lei-

stung in der Pumpmode des Resonators ihren vollen Wert erreicht hat. Der genaue Zeitpunkt, wann das Lichtfeld resonant eingekoppelt wird, hängt von der Frequenz des TiSa-Lasers vor der Frequenzrampe ab und kann innerhalb eines Zeitfensters von ca. 2 ms nicht kontrolliert werden. Ohne aktive Beeinflussung wird der Resonator typischerweise bis zu 5 ms gepumpt, und die Zeitdauer fluktuiert unkontrollierbar. Dieses Problem wird mit der Abschaltetelektronik behoben, und es werden minimale Pumpzeiten von $30 \mu\text{s}$ erreicht.

6.3 Messung der Lichtleistungen bei CARL

Die wichtigste Messgröße in dieser Arbeit ist die Leistung der Analysemode. In den früheren experimentellen Arbeiten [Kru04, Cub06a] war diese Größe sehr viel kleiner und konnte deswegen nicht direkt beobachtet werden, sondern nur durch Schwebung mit dem Pumplichtfeld. Erst durch Abkühlen der Atome auf ultrakalte Temperaturen und durch den Einsatz eines in dieser Arbeit aufgebauten Photodetektors konnte die Lichtleistung in hoher Auflösung gemessen werden. Abbildung 6.3 a) zeigt typische Messkurven. Darin werden die Lichtleistung der Pumpmode

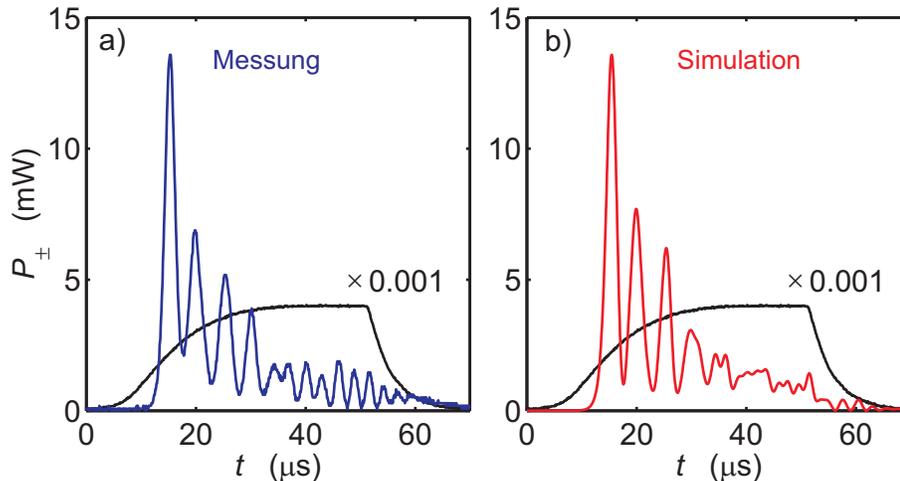


Abbildung 6.3: Lichtleistung der Pump- und der Analysemode. a) Messung mit den Parametern $N = 1.5 \times 10^6$, $P_+ = 4 \text{ W}$ und $\lambda = 797.3 \text{ nm}$. b) Simulation mit Anpassung der Parameter.

(im Maßstab 1:1000) und der Analysemode dargestellt. Das An- und Ausschaltverhalten der Pumpmode ist deutlich zu sehen. Die Lichtleistung der Analysemode steigt nach einer Verzögerungszeit sehr schnell exponentiell an und erreicht ein Maximum. Darauf folgen weitere Minima und Maxima, während die einhüllende Amplitude abnimmt. Die exakte Kurvenform hängt von den experimentellen Parametern wie der Atomzahl N , der Pumpleistung P_+ und der Lichtfrequenz λ ab.

Des Weiteren wird die Kurvenform von den Randeffekten der Spiegelrückstreuung und des Strahlungsdrucks beeinflusst. Es hat sich jedoch herausgestellt, dass die Höhe des ersten Maximums H_1 als Funktion der experimentellen Parameter $H_1 = H_1(N, P_+, \lambda)$ kaum von Randeffekten beeinflusst wird. Daher kann die Höhe H_1 zur Untersuchung der Abhängigkeiten des CARL-Effekts von den experimentellen Parametern genutzt werden. In Teil b) der Abbildung wird eine Simulation der klassischen CARL-Gleichungen gezeigt. Der Beweggrund für diese Simulation ist die Frage, wie genau die gemessene Kurvenform durch eine Simulation reproduziert werden kann. In dieser Simulation sind sowohl Spiegelrückstreuung als auch Strahlungsdruck berücksichtigt. Außerdem wird das gemessene Einschaltverhalten der Pumpmode in der Simulation übernommen. Um eine möglichst gute Übereinstimmung zu erzielen, wurden die experimentellen Parameter in einem realistischen Parameterbereich angepasst. Das Ergebnis der Simulation stimmt im Bereich der ersten drei Maxima sehr gut mit der Messung überein, im weiteren Bereich gibt es kleine Abweichungen, die auf die Empfindlichkeit der Kurvenform von den Parametern zurückzuführen ist. Die exakte Übereinstimmung des ersten Maximums H_1 ist ein weiteres Indiz dafür, dass es sinnvoll ist, diese Größe in den weiteren Untersuchungen zu analysieren.

Vergleicht man die Kurvenform der Analysemode in Abbildung 6.3 a) mit den Simulationen der verschiedenen CARL-Regime in Kapitel 2.5.3, so findet man die größte Übereinstimmung mit dem semiklassischen bad-cavity-Regime. Nach den aus den experimentellen Parametern berechneten Werten von $\rho = 13.7$ und $\kappa = 0.1$ befindet sich das Experiment aber deutlich im semiklassischen good-cavity-Regime. Der Grund für die Abweichung liegt daran, dass die für das good-cavity Regime typische Kurvenform (Abbildung 2.9) erst erreicht werden, wenn κ um mehrere Größenordnungen kleiner als eins ist. Trotzdem lässt sich die Kurvenform auch schon für $\kappa \lesssim 1$ vom bad-cavity-Regime unterscheiden. Die Regelmäßigkeit der Abfolge der Maxima in Abbildung 6.3a) ist ein deutlicher Hinweis auf das good-cavity-Regime.

6.4 Der Einfluss der Spiegelrückstreuung auf CARL

Spiegelrückstreuung führt dazu, dass auch schon ohne Anwesenheit von Atomen im Resonator Licht von der Pumpmode in die Analysemode umgestreut wird. Der Effekt der Spiegelrückstreuung auf CARL ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Hierbei wird der Effekt auf die Höhe des ersten superradianten Lichtpulses H_1 und auf die Zeitverzögerung vom Einschalten des Pumplichtfeldes bis zum Erreichen des Maximums Δt untersucht. Messungen sind durch \circ markiert. Die Größe der Spiegelrückstreuung wird dadurch variiert, dass verschiedene longitudinale Moden des Resonators genutzt werden (Kapitel 5.5.5). Die experimentellen Parameter lauten $\lambda = 796.1$ nm, $N = 1.5 \times 10^6$ und $P_+ = 500$ mW. Die Finesse beträgt $F = 87000$. Bei einem Ansteigen der Spiegelrückstreuung nimmt die Verzögerung des ersten Maximums Δt ab. Dies liegt daran, dass sich bei einer erhöhten Spiegelrückstreuung schon zu Beginn mehr Photonen in der Analysemode befinden. Der CARL-Effekt kann von diesen

Photonen initialisiert werden, und je mehr Photonen zur Verfügung stehen, umso schneller kann CARL starten. Im Wellenbild ist dieser Effekt dadurch zu erklären, dass das von den Spiegeln umgestreute Lichtfeld zusammen mit dem Pumplichtfeld schon zu Beginn eine Stehwelle bildet, welche die Atome strukturiert und dadurch den CARL-Effekt auslöst. Auch die maximale Leistung des emittierten Lichtpulses H_1 nimmt mit steigender Spiegelrückstreuung ab. Dieser Effekt liegt zum überwiegenden Teil daran, dass die Leistung der Pumpmode nicht beliebig schnell angeschaltet werden kann. Da bei steigender Spiegelrückstreuung die Verzögerung Δt abnimmt, ist die zu diesem Zeitpunkt eingekoppelte Pumpleistung kleiner. Dementsprechend kleiner ist die Umstreuung in die Analysemode durch CARL. Auch bei plötzlichem Anschalten der Pumpleistung gibt es eine Abhängigkeit der Leistung H_1 von der Spiegelrückstreuung. Dies zeigt die durchgezogene Linie in Abbildung 6.4 a). Hierbei handelt es sich um eine Simulation der klassischen CARL-Gleichungen mit den oben angegebenen experimentellen Parametern. Die Abhängigkeit ist in dieser Simulation jedoch viel kleiner als bei der Messung. Außerdem scheint die Lichtleistung nach Erreichen eines Minimums mit steigender Spiegelrückstreuung wieder anzusteigen. Eine korrekte Simulation muss daher den Einschaltvorgang des Pumplichtfelds mitberücksichtigen. Dies ist in den mit \bullet markierten Kurven geschehen. In die Berechnung der unteren beiden Kurven gehen die gemessenen experimentellen Parameter ein. Man sieht, dass die Simulationsergebnisse in a) die Zeitverzögerung Δt gut reproduzieren, bei der Leistung H_1 in b) jedoch davon abweichen. Dies liegt möglicherweise daran, dass Zeitunterschiede sehr genau gemessen werden können, bei der Bestimmung der Pumpleistung und der Atomzahl jedoch Fehler auftreten können. Daher werden in einer zweiten Simulation die Atomzahl auf $N' = 1.9 \times N$ und die Pumpleistung auf $P'_+ = 0.6 \times P_+$ angepasst, wodurch die Übereinstimmung mit den Messwerten stark verbessert werden kann. Bei den in Abbildung 6.4 durchgeführten Messungen führt die Spiegelrückstreuung zu einem schnelleren Auslösen des CARL-Effekts. Dies ist dann gültig, solange die Kopplung durch die Spiegelrückstreuung $U_s \lesssim 0.1\kappa_c$ kleiner ist als die Kopplung durch die Atome NU_0 . Für die oben gegebenen experimentellen Parameter gilt $NU_0 = 0.9\kappa_c$ und somit $U_s < NU_0$. Mit dieser Abschätzung kann man die Atomzahl berechnen, bei der die Kopplung durch die Atome in den Bereich der Spiegelrückstreuung gerät. Aus $N_{\min}U_0 = 0.1\kappa_c$ erhält man $N_{\min} = 1.6 \times 10^5$ Atome. Tatsächlich wird für geringe Atomzahlen eine Unterdrückung des CARL-Effekts durch Spiegelrückstreuung beobachtet. Bei Experimenten mit sehr kalten (und dadurch wenigen) Atomen müssen daher Resonatormoden ausgesucht werden, bei denen die Spiegelrückstreuung besonders klein ist. Es ist zu bemerken, dass bei einer Verringerung der Pumpleistung sowohl die Kopplung U_0 als auch die Leistung des durch die Spiegel rückgestreuten Lichts abnimmt. Daher wird in diesem Fall keine Unterdrückung des CARL-Effekts durch Spiegelrückstreuung erwartet.

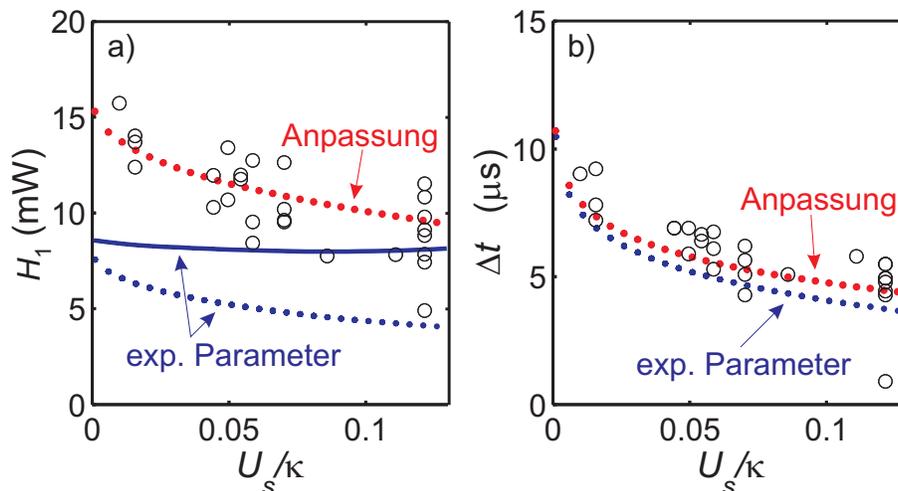


Abbildung 6.4: Abhängigkeit der Leistung im ersten superradianten Lichtpuls a) und der zeitlichen Verschiebung des Pulses b) von der Größe der Spiegelrückstreuung U_s . Gezeigt werden Messpunkte (\circ) und Simulationen mit plötzlichem Einschalten des Pumplichtfeldes ($-$). Mit (\bullet) markiert sind Simulationen, in die ein gemessener Anstieg der Pumpleistung eingeht. Diese sind einmal für die experimentellen Parameter und einmal unter Anpassung der Parameter durchgeführt.

6.5 Abhängigkeit des CARL-Effekts von der Pumpleistung

Die Leistung, mit welcher der Ringresonator gepumpt wird, beeinflusst die Dynamik des CARL-Effekts. Eine Reduktion der Pumpleistung führt zu einem kleineren Kontrast der Lichtstehwelle. Dadurch werden die Strukturierung der Atome und der CARL-Effekt schwächer. In früheren CARL-Experimenten [Cub06a] werden die Atome im Ringresonator einer optischen Melasse ausgesetzt. Optische Melassen (Kapitel 3.2.1) sind dissipative Systeme und stellen den Hauptmechanismus der Laserkühlung von Atomen dar. Da Dissipation eine Ankopplung an ein (Temperatur-) Reservoir erfordert, sind damit immer auch diffusive Prozesse verbunden. Bei den früheren CARL-Experimenten führt die durch die optische Melasse eingeführte Diffusion zu einer Schwelle der CARL-Instabilität. CARL kann nur beobachtet werden, wenn die Pumpleistung einen Schwellwert übersteigt.

Bei den Experimenten in dieser Arbeit wird keine optische Melasse eingestrahlt. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass der Resonator über seine Spiegel mit der Rate κ_c an das elektromagnetische Feld der Umgebung ankoppelt ist. Dieser Effekt kann genutzt werden, um Atome in einem Resonator zu kühlen (siehe Kapitel 1). Eine interessante Fragestellung ist nun, ob die Ankopplung an dieses Reservoir bei CARL zu einem Schwellverhalten führen kann. Die Schwarzkörperstrahlung enthält bei Raumtemperatur sehr wenige Photonen optischer Frequenzen. Daher kann das elektromagnetische Feld des Vakuums in sehr guter Näherung als Reservoir der Temperatur $T = 0$ betrachtet werden. Man hätte also Dissipation ohne Diffusion. Dieses Argument spricht gegen die Existenz einer Schwelle, muss aber experimentell überprüft werden. Bei einem Schwellverhalten würde die Höhe des superradianten

Lichtpulses unterhalb einer bestimmten Pumpleistung einbrechen. Abbildung 6.5 zeigt eine Messung der maximalen Lichtleistung H_1 als Funktion der Pumpleistung. Die experimentellen Parameter lauten $\lambda = 796.1 \text{ nm}$ und $N = 2.4 \times 10^6$. Die Finesse beträgt $F = 87000$. Außerdem werden Simulationen der klassischen CARL-Gleichungen mit den experimentellen Werten (ohne freie Parameter) gezeigt. Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulationen ist vor allem für große Pumpleistungen sehr gut. Für kleine Pumpleistungen sieht man vor allem in der logarithmischen Darstellung eine Abweichung der Messwerte von der gestrichelt dargestellten Simulation. Die Leistung H_1 fällt für kleine Pumpleistungen schneller ab als erwartet. Dieses Verhalten konnte in Simulationen auch durch Berücksichtigung von Einschalteteffekten und Strahlungsdruck nicht reproduziert werden. Allerdings wird in der gestrichelt dargestellten Simulation eine Anfangstemperatur von $T = 0$ angenommen. Das bedeutet, dass sich alle Atome zu Beginn in Ruhe befinden. Die

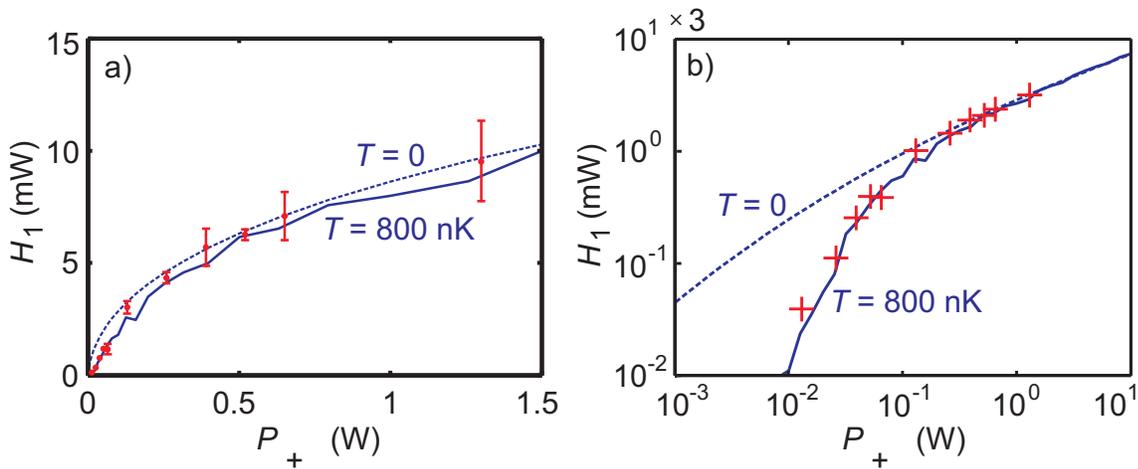


Abbildung 6.5: Abhängigkeit der Leistung des ersten superradianten Lichtpulses H_1 von der Pumpleistung in linearer a) und logarithmischer b) Darstellung. Es werden Messwerte und Simulationsergebnisse mit zwei verschiedenen Anfangstemperaturen gezeigt.

Messungen sind jedoch mit thermischen Atomen durchgeführt worden. In der mit einer durchgezogenen Linie dargestellten Simulation wird die Anfangstemperatur der Atome berücksichtigt. Hierbei wird die Dynamik von 100 Atomen berechnet. Die Anfangsimpulse der Atome werden, wie in Kapitel 2.4 beschrieben, zufällig verteilt, wobei die Breite der Verteilung durch die Temperatur gegeben ist. Bei einer Temperatur von $T = 800 \text{ nK}$ beträgt die Impulsbreite $\langle p^2 \rangle = 0.62 \times (2\hbar k)^2$. Für jede Pumpleistung wird der Mittelwert von 20 Einzelsimulationen gebildet, um statistische Schwankungen in der Impulsverteilung aufgrund der limitierten Atomzahl auszugleichen. Es treten aber Restschwankungen auf, die in der erhaltenen Simulationenkurve zu sehen sind. Nach Berücksichtigung der Temperatur reproduziert die Simulation die Messergebnisse auch in der logarithmischen Darstellung sehr gut. Der schnelle Abfall der gemessenen Lichtleistung bei geringer Pumpleistung ist daher eher auf Temperatureffekte zurückzuführen als auf ein durch die Ankopplung an das Vakuum verursachtes Schwellverhalten.

Eine weitere Größe, die von der Pumpleistung beeinflusst wird, ist die Zeitdifferenz zwischen dem ersten und zweiten superradianten Lichtpuls. Diese Zeitdifferenz gibt im good-cavity-Regime die typische Zeitskala an, auf der die Impulsverteilung oszilliert (siehe dazu Abbildung 2.9). Je stärker die Pumpleistung ist, desto schneller oszilliert die Impulsverteilung. Abbildung 6.6 zeigt die Abhängigkeit der Zeitdifferenz Δt von der Pumpleistung. Die Messpunkte (+) werden durch eine Simulation ohne freie Parameter sehr gut bestätigt. In dieser Simulation kann eine Temperatur von $T = 0$ angenommen werden. Die Zeitdifferenz Δt scheint also kaum von der anfänglichen Impulsverteilung der Atome abzuhängen.

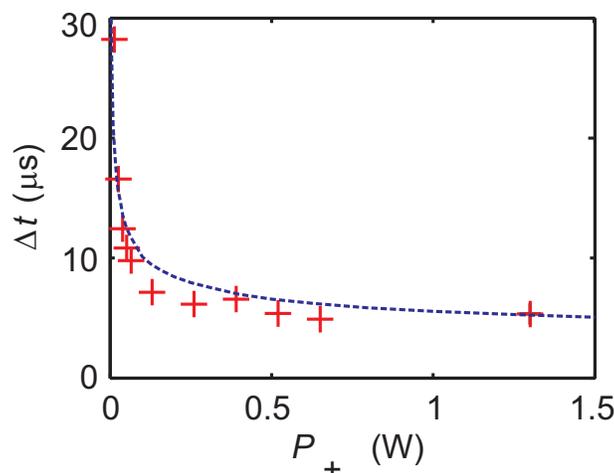


Abbildung 6.6: Einfluss der Pumpleistung auf die Zeitdifferenz zwischen den ersten beiden superradianten Lichtpulsen. Gezeigt werden Messungen (+) und eine Simulation (-) ohne freie Parameter.

6.6 Übergang vom bad-cavity-Regime in das good-cavity-Regime

Wie in Kapitel 2.5 ausführlich erklärt wird, existieren verschiedene Regime des CARL-Modells. Neben dem semiklassischen Regime und dem Quantenregime müssen auch das good- und das bad-cavity-Regime unterschieden werden. Während die früheren CARL-Messungen [Kru04, Cub06a] im good-cavity-Regime stattgefunden haben, befinden sich die Superradianz-Experimente ohne Resonator [Ino99, Sch03] weit im bad-cavity-Regime. Mit dem in dieser Arbeit aufgebauten Experiment ist es möglich, beide Regime zu erreichen. Die Regime unterscheiden sich durch eine unterschiedliche Abhängigkeit von den experimentellen Parametern. Die Höhe des ersten superradianten Maximums skaliert im good-cavity-Regime mit $H_1 \propto N^{4/3} \cdot P_+^{1/3}$ und im bad-cavity-Regime mit $H_1 \propto N^2 \cdot P_+$ [Bon94a, Bon94b]. Diese Abhängigkeiten sind in Abbildung 6.7 zu sehen. Dort sind Simulationen der klassischen CARL-

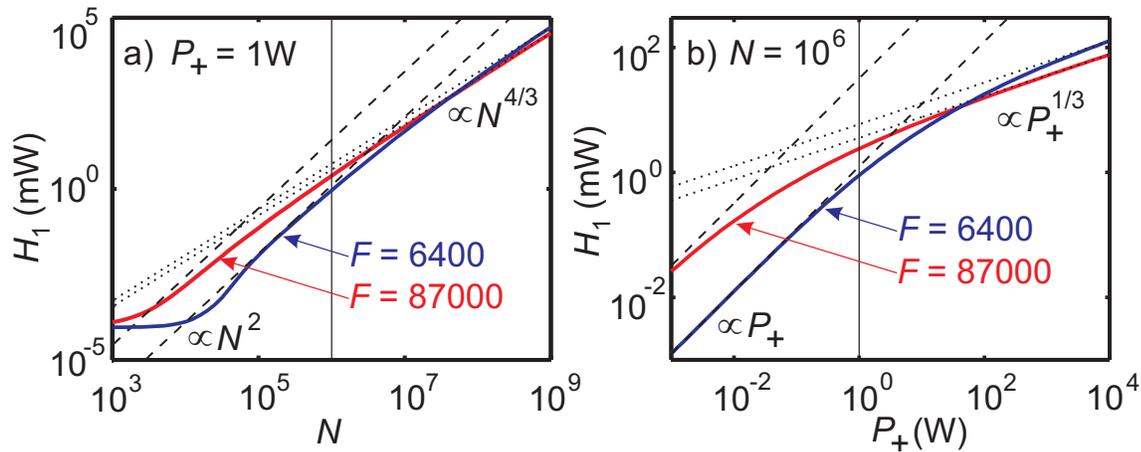


Abbildung 6.7: Übergang vom good-cavity- ins bad-cavity-Regime durch Variation der Atomzahl N in a) und der Pumpleistung P_+ in b). Gezeigt sind Simulationsergebnisse und deren asymptotisches Verhalten. Die Abweichung der Simulationen von den Asymptoten bei kleinen Atomzahlen kommt durch Spiegelrückstreuung zustande (durchgezogene Linien: Simulationsergebnisse, gepunktete Linien: good-cavity-Regime, gestrichelte Linien: bad-cavity-Regime).

Gleichungen gezeigt. In Teil a) wird die Atomzahl für eine feste Pumpleistung von $P_+ = 1$ W variiert, in Teil b) wird die Pumpleistung für eine feste Atomzahl von $N = 10^6$ geändert. Die vertikale Linie in den beiden Abbildungen entspricht jeweils der in der anderen Graphik fixierten Atomzahl bzw. Pumpleistung. Die durchgezogenen Kurven stammen aus Simulationen, wobei diese jeweils einmal mit hoher Finesse $F = 87000$ und niedriger Finesse $F = 6400$ durchgeführt wurden. Im Fall hoher Finesse beträgt die Verstimmung $\Delta = 1.1$ nm, im Fall niedriger Finesse $\Delta = 0.4$ nm. Dadurch sind die Simulationsparameter den dazugehörigen Messungen (Abbildung 6.8) angepasst. Die gepunkteten bzw. gestrichelten Linien zeigen die asymptotischen Abhängigkeiten im good- bzw. bad-cavity-Regime. Das good-cavity-Regime wird für große Atomzahlen und hohe Pumpleistungen erreicht, das bad-cavity-Regime für kleine Atomzahlen und geringe Pumpleistungen. In diesen Bereichen schmiegen sich die Simulationsergebnisse den Asymptoten an. Eine Abweichung gibt es im Bereich kleiner Atomzahlen. In diesem Bereich führt Spiegelrückstreuung (siehe Kapitel 6.4) dazu, dass der CARL-Effekt unterdrückt wird und die rückgestreute Lichtleistung einen konstanten Wert annimmt. In der Simulation ist die Spiegelrückstreuung mit $U_s = 3 \cdot 10^{-4} \kappa_c$ unrealistisch klein. Trotzdem wird im Fall hoher Finesse das bad-cavity-Regime erst für Atomzahlen erreicht, bei denen die Spiegelrückstreuung überwiegt. Mit realistischen Größen der Spiegelrückstreuung ist das bad-cavity-Regime im Fall hoher Finesse somit nicht beobachtbar. Im Fall niedriger Finesse hingegen wird das bad-cavity-Regime für experimentell zugängliche Atomzahlen erreicht.

In Abbildung 6.8 werden gemessene Atomzahlabhängigkeiten in beiden Regimen dargestellt und mit Simulationen und den asymptotischen Kurven verglichen. Die Simulationen enthalten keine freien Parameter. Die gepunkteten Asymptoten beschreiben das Verhalten im good-cavity-Regime, die gestrichelten Asymptoten das

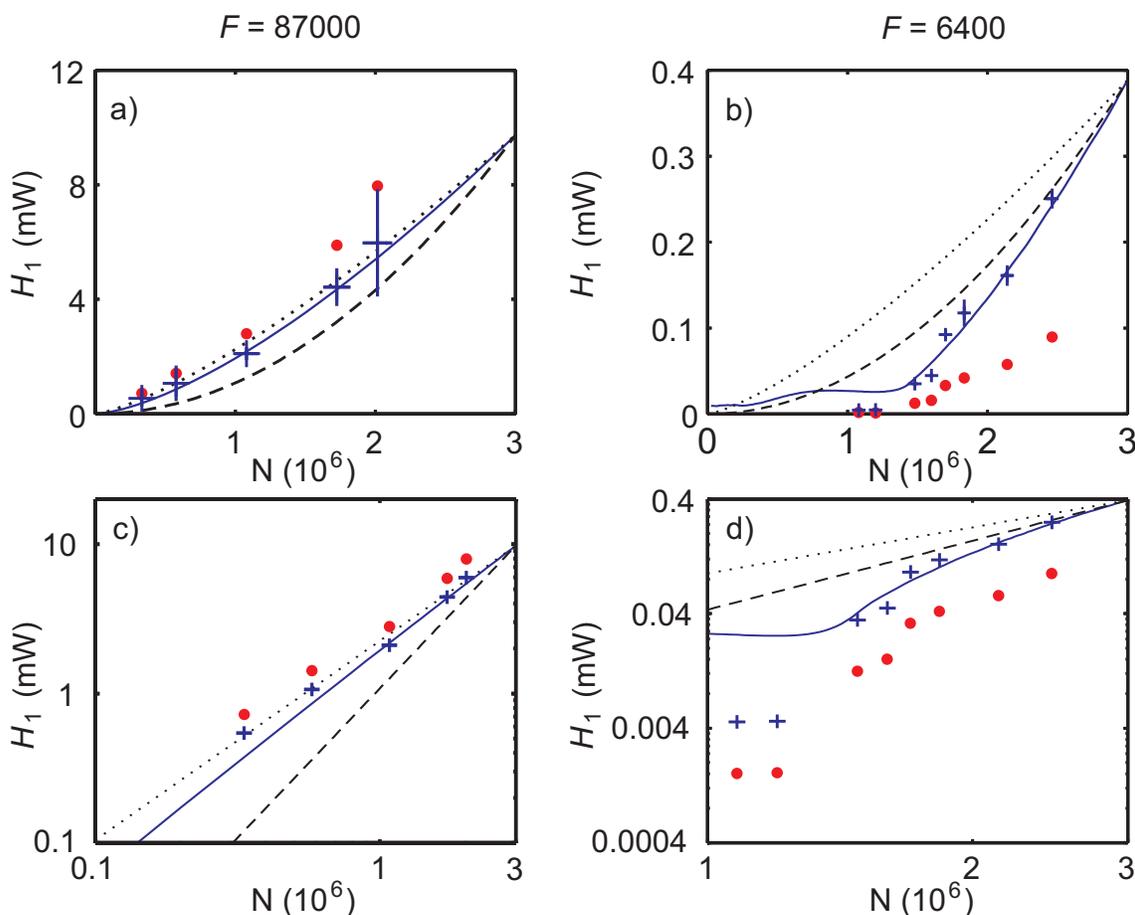


Abbildung 6.8: Atomzahlabhängigkeiten im good-cavity-Regime (a), (c) und im bad-cavity-Regime (b), (d). Gezeigt sind unskalierte (\bullet) und skalierte ($+$) Messwerte, Simulationen ohne freie Parameter (durchgezogene Linien) und das asymptotische Verhalten in den beiden Regimen (gestrichelt: bad-cavity bzw. gepunktet: good-cavity).

im bad-cavity-Regime. Die Messwerte sind durch (\bullet) markiert. Wie zu sehen ist, stimmen sie nur näherungsweise mit den Simulationen überein. Die Variable, die am ungenauesten gemessen werden kann, ist die Leistung der Analysemode.² Die Abweichung der Daten von den Simulationen wird daher durch eine Skalierung der Messwerte ausgeglichen. Im Fall hoher Finesse werden die Messwerte mit einem Faktor 0.75 und im Fall niedriger Finesse mit 2.8 multipliziert. Eine Skalierung der Messwerte hat gegenüber der Anpassung von Parametern in den Simulation den Vorteil, dass die Atomzahlabhängigkeiten erhalten bleiben. In der logarithmischen Darstellung in Teil b) und d) der Abbildung wirkt sich die Skalierung als reine Verschiebung aus, während eine Anpassung z.B. der Pumpleistung zu einer Änderung der Steigung der Simulationskurven führen würde. Die skalierten Messwerte sind durch ($+$) markiert, wobei die Messunsicherheit durch Mittelung über Einzelmess-

²Die Größe des Fehlers kommt durch das Zusammenwirken der Messunsicherheiten mehrerer Variablen zustande, wird hier der Einfachheit halber aber nur der Analysemode zugeschlagen.

sungen zustande kommt. Die experimentellen Parameter in Teil a) bzw. c) sind eine Wellenlänge von $\lambda = 796.1 \text{ nm}$, eine Pumpleistung von $P_+ = 1.43 \text{ W}$ und eine Finesse von $F = 87000$. Die Atomzahl der Messung wird zwischen $N_1 = 3 \cdot 10^5$ und $N_2 = 2 \cdot 10^6$ Atomen variiert. Diesen Atomzahlen entsprechen CARL-Parameter von $\varrho_1 = 4.7$ und $\varrho_2 = 7.0$ bzw. skalierte Zerfallsraten von $\kappa_1 = \frac{\kappa_c}{\omega_r \varrho_1} = 0.3$ und $\kappa_2 = 0.2$. Somit gilt $\kappa_{1,2} < 1$ und $\varrho_{1,2} > 1$. Man erwartet daher nach Kapitel 2.5, dass sich die Messungen im semiklassischen good-cavity-Regime befinden. Tatsächlich findet man eine gute Übereinstimmung zwischen den Messdaten und der Simulationskurve bzw. der Asymptotik des good-cavity-Regimes. Die leichte Abweichung zwischen der Simulation und der asymptotischen Kurve kommt dadurch zustande, dass das asymptotische Verhalten erst weit im good-cavity-Regime $\kappa \ll 1$ erreicht wird.

In Teil b) bzw. d) lauten die experimentellen Parameter $\lambda = 795.3 \text{ nm}$, $P_+ = 66 \text{ mW}$ und $F = 6400$. Die Atomzahl variiert zwischen $N_3 = 1.1 \cdot 10^6$ und $N_4 = 2.5 \cdot 10^6$. Diesen Werten entsprechen CARL-Parameter von $\varrho_3 = 5.1$ und $\varrho_4 = 6.7$ bzw. skalierte Zerfallsraten von $\kappa_3 = 3.7$ und $\kappa_4 = 2.8$. Somit gilt $\kappa_{3,4} > 1$ und $\varrho_{3,4} > \kappa_{3,4}$. Man erwartet, dass sich die Experimente im semiklassischen bad-cavity-Regime befinden, was durch die Übereinstimmung der Datenpunkte mit den Simulationsergebnissen und den Asymptoten des bad-cavity-Regimes bestätigt wird. Der Einfluss der Spiegelrückstreuung im Fall niedriger Finesse, der auch in den Simulationen in Abbildung 6.7 zu sehen ist, tritt auch in Abbildung 6.8 auf. Die Messwerte mit den beiden kleinsten Atomzahlen liegen jedoch etwa eine Größenordnung unterhalb des Simulationsergebnisses. Die Größe der Spiegelrückstreuung war während der Messung Schwankungen im Bereich zwischen $U_s = 0.005\kappa_c$ und $U_s = 0.025\kappa_c$ unterworfen, der in der Simulation gewählte Wert von $U_s = 0.012\kappa_c$ liegt innerhalb dieses Rahmens.

6.7 Temperaturabhängigkeit des CARL-Effekts

Die ersten CARL-Experimente [Kru04, Cub06a] sind mit ca. $100 \mu\text{K}$ kalten Atomen durchgeführt worden. In dieser Arbeit kann die Temperatur der Atome in einem Bereich von unter $1 \mu\text{K}$ bis zu einigen $10 \mu\text{K}$ variiert werden. Dadurch ist es möglich, den Einfluss der Temperatur auf CARL systematisch zu untersuchen. Dies ist von Bedeutung, da dadurch die Rolle der Quantenstatistik näher beleuchtet werden kann. Abbildung 6.9 zeigt den Einfluss der Temperatur auf den CARL-Effekt. In Teil a) sind gemessene Zeitsignale der Analyse-Lichtleistung für verschiedene Temperaturen dargestellt. Die Kurven weisen die für CARL charakteristische Folge von Maxima und Minima auf. Bei steigender Temperatur wird die Höhe des ersten Maximums immer kleiner und die nachfolgenden Maxima verschmieren immer mehr. Bei der untersten Kurve, die einer Temperatur von $40 \mu\text{K}$ entspricht, ist keine Modulation der Lichtleistung mehr zu beobachten. Die Kurve gleicht dem Verhalten durch Spiegelrückstreuung ohne Anwesenheit von Atomen. Die Abnahme des ersten Maximums als Funktion der Temperatur ist in Teil b) der Abbildung nochmals separat

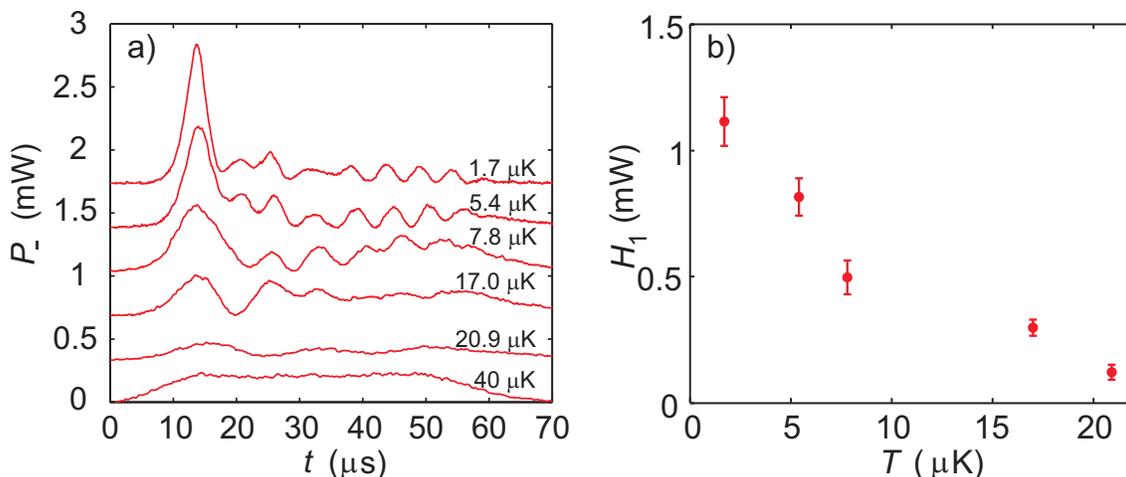


Abbildung 6.9: Gemessene Temperaturabhängigkeit von CARL. a) Zeitsignale der Analysemode bei verschiedenen Temperaturen (die einzelnen Kurven sind der Übersichtlichkeit halber um je 0.35 mW verschoben). Die experimentellen Parameter lauten für alle Kurven $N = 10^6$, $\Delta = 1.1$ nm und $F = 87000$. b) Höhe des ersten Maximums aus a) als Funktion der Temperatur.

dargestellt. Offensichtlich kommt es bei steigenden Temperaturen zu einer Unterdrückung des CARL-Effekts. Der Grund dafür ist, dass die sich bildende optische Stehwelle nur dann Atome in einem Dichtegitter anzuordnen vermag, wenn die Tiefe der Stehwelle größer ist als die thermische Energie der Atome. Bei steigender Temperatur nehmen also immer weniger Atome am Verstärkungsmechanismus teil. Um CARL mit heißen Atomen zu beobachten, ist es daher von Vorteil, die Gesamtatomzahl zu erhöhen. Dies ist der Grund, warum in dem hier präsentierten Experiment mit $N = 10^6$ Atomen CARL bei 40 μK nicht mehr beobachtet wird, in den alten CARL Experimenten [Kru04, Cub06a] mit $N \approx 10^7$ Atomen bei einer Temperatur von 100 μK aber schon. Zusammenfassend kann man sagen, dass die Beobachtung von CARL bei Temperaturen von mehreren 10 μK zeigt, dass quantenstatistische Phänomene keine Rolle spielen können, da diese nur unterhalb der Kondensations-temperatur auftreten.

6.8 Messung der Impulsverteilung

Bisher wurde das Augenmerk nur auf das in die Analysemode emittierte Lichtfeld gerichtet. Eine ebenso interessante Messgröße ist jedoch die Impulsverteilung der Atome, die aus Flugzeitbildern der Atome bestimmt werden kann. Bei den Experimenten zur superradianten Rayleighstreuung [Ino99, Sch03] stellen Flugzeitbilder die wichtigste Quelle zur Datenanalyse dar. Abbildung 6.10 a) zeigt ein typisches Absorptionsbild einer thermischen Atomwolke nach einer Flugzeit von $t_{\text{TOF}} = 10$ ms. In Teil b) der Abbildung wird die vertikal aufsummierte optische Dichte dargestellt. Aus der horizontalen Verschiebung wird der Impuls in Einheiten des Rückstoßimpulses

$p_r = 2\hbar k$ berechnet. Einzelne Impulsklassen können nicht aufgelöst werden, da die Impulsverteilung durch thermische Effekte verbreitert erscheint. Trotzdem können

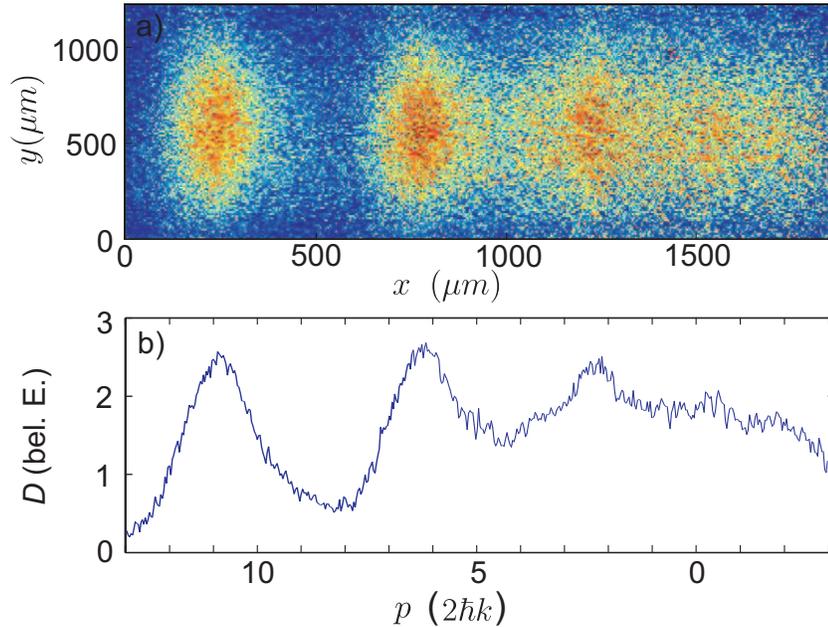


Abbildung 6.10: a) Typisches Absorptionsbild der Atome. b) Vertikal summierte optische Dichte D als Funktion des Impulses.

interessante Informationen wie etwa der mittlere Impuls $\langle p \rangle$ aus Bildern dieser Art exzerpiert werden. Dazu wird der Schwerpunkt der vertikal aufsummierten optischen Dichte berechnet. Der mittlere Impuls kann als Funktion der experimentellen Parameter untersucht werden. In Abbildung 6.11 a) wird exemplarisch die Abhängigkeit von der Pumpleistung betrachtet. Ausgangspunkt sind die gleichen Messungen, mit denen in Kapitel 6.5 die Abhängigkeit des rückgestreuten Lichtfeldes von der Pumpleistung untersucht wird. In den Simulationen werden die experimentell gemessenen Parameter übernommen. Die Einwirkdauer des Pumplaserstrahls auf die Atome variiert bei den einzelnen Messungen zwischen $100 \mu\text{s}$ und $300 \mu\text{s}$. Wie die Simulationen in Abbildung 6.11 b) zeigt, erfährt der mittlere Impuls die größte Änderung in den ersten $50 \mu\text{s}$ und mit steigender Dauer nimmt die Änderung des Impulses immer weiter ab. Dies liegt an der Anwesenheit des Resonators, der die möglichen Impulse limitiert (siehe Kapitel 2.5). Die Simulationsdauer, nach welcher der mittlere Impuls ausgewertet wird, wird daher auf $150 \mu\text{s}$ festgelegt. Da sich eine anfängliche Verbreiterung der Impulsverteilung auch zu späteren Zeitpunkten auswirkt, muss in den Simulationen die Temperatur der Atome berücksichtigt werden. Dazu werden die Impulse der 100 Simulationsatome entsprechend einer Temperatur von $T = 1.2 \mu\text{K}$ zufällig verteilt. Für jede Pumpleistung wird über 20 Simulationsergebnisse gemittelt, um statistische Schwankungen auszugleichen. Eine Restrauhigkeit ist jedoch erkennbar.

Obwohl in dieser Arbeit überwiegend mit thermischen Atomwolken gearbeitet wurde, wurden einige Messungen mit Bose-Einstein-Kondensaten durchgeführt. In die-

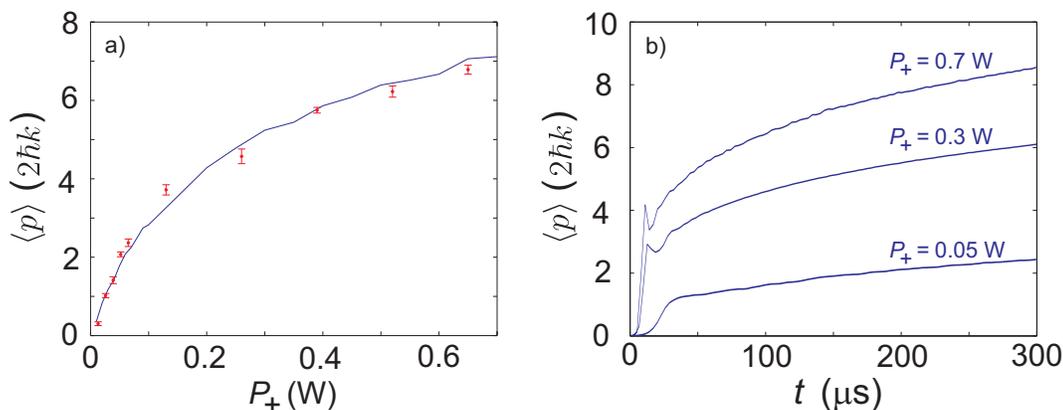


Abbildung 6.11: a) Mittlerer Impuls als Funktion der Pumpleistung P_+ . Gezeigt sind Messwerte und Simulationen ohne freie Parameter. Die experimentellen Parameter lauten $N = 2.4 \times 10^6$, $\Delta = 1.1 \text{ nm}$ und $F = 87000$. In den Simulationen werden die Anfangsimpulse der Atome gemäß einer realistischen Temperatur $T = 1.2 \mu\text{K}$ verteilt. b) Zeitverlauf von Simulationen mit verschiedenen Pumpleistungen.

sem Fall kann aus den Flugzeitbildern die Impulsverteilung auf einzelne Impulsklassen genau bestimmt werden. Abbildung 6.12 a) und b) zeigen Flugzeitbilder von Bose-Einstein-Kondensaten. In a) wird kein Pumplicht eingestrahlt. Aus diesem Grund befindet sich das Bose-Einstein-Kondensat im Impulszustand $|p\rangle = |0\rangle$. In b) wird für ca. $40 \mu s$ ein Pumplichtfeld mit einer maximalen Leistung von etwa $P_+^{\max} \approx 1 \text{ W}$ eingestrahlt. Die übrigen experimentellen Parameter betragen $N \approx 2 \times 10^5$, $\Delta = 1.1 \text{ nm}$ und $F = 87000$. Eine Separation in mehrere Impulszustände ist deutlich sichtbar. Die zeitliche Entwicklung der zugehörigen Lichtlei-

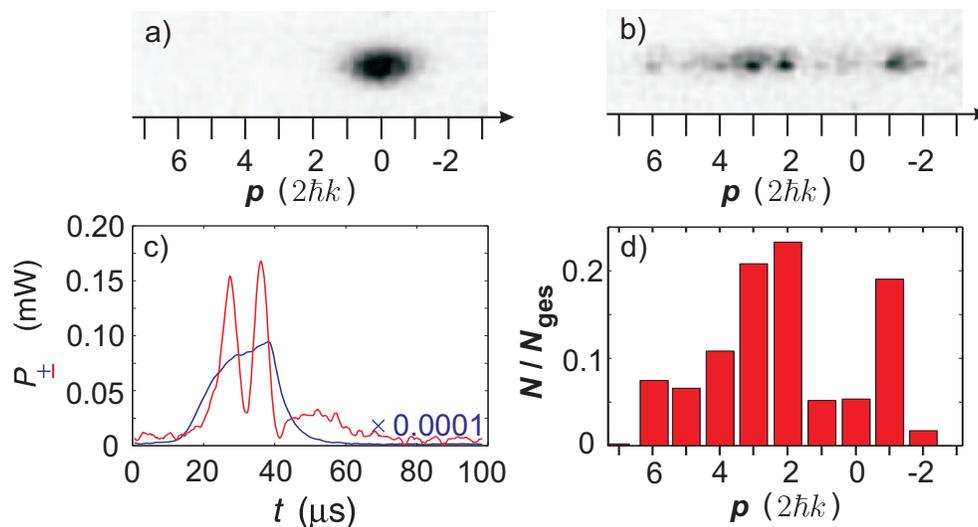


Abbildung 6.12: Flugzeitbilder von Bose-Einstein-Kondensaten a) ohne CARL und b) mit CARL. c) Lichtleistung des Pump- und Analyselichtfeldes. Die Pumplichtleistung ist mit 10^{-4} skaliert. d) zeigt die aus Graphik b) abgeleitete atomare Impulsverteilung.

stungen ist in c) dargestellt. Die Analyselichtleistung weist aufgrund der kurzen Wechselwirkungszeit und der kleinen Atomzahl nur zwei superradiante Maxima auf. Die atomare Impulsverteilung wird in Abbildung d) gezeigt. Man sieht, dass die anfängliche Impulsklasse $|p\rangle = |0\rangle$ entvölkert ist und die meisten Atome einen Impuls der Größe $p = 2\hbar k$ und $p = 3\hbar k$ besitzen. Ein deutlicher Anteil der Atome hat jedoch auch einen negativen Impuls $p = -1\hbar k$. Die Existenz von Atomen mit negativem Impuls und die Tatsache, dass nach zwei superradianten Maxima schon mehrere Impulsklassen besetzt sind, spiegelt die Tatsache wider, dass sich das System im semiklassischen Regime befindet. Es sei an dieser Stelle auf die qualitative Ähnlichkeit der gemessenen Impulsverteilung mit der in Abbildung 2.8 gezeigten simulierten Impulsverteilung des semiklassischen good-cavity-Regimes verwiesen. Für eine quantitative Auswertung sind die Messdaten leider zu verrauscht. Die Beobachtung von Atomen in Impulsklassen mit negativem Impuls ist äquivalent zu dem im Jahre 2003 durchgeführten Superradianz-Experiment [Sch03], wo sich die Impulsverteilung ebenfalls nach beiden Richtungen ausbreitet.

7 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Experiment aufgebaut, mit dem es möglich ist, ultrakalte thermische Atomwolken und Bose-Einstein-Kondensate zu erzeugen und in Wechselwirkung mit den Moden eines optischen Ringresonators mit hoher Finesse zu bringen [Sla07a,Sla07b]. Dies ist das weltweit erste Experiment mit Bose-Einstein-Kondensaten in einem optischen Resonator. Die Bose-Einstein-Kondensate werden in einer magnetischen Joffe-Draht-Falle außerhalb des Resonators erzeugt und können durch vertikales Verschieben der magnetischen Falle in den Resonator transportiert werden.

Mit diesem Aufbau wurden Experimente durchgeführt, die in mehrerer Hinsicht von Bedeutung sind. Zunächst stellen sie eine wichtige Erweiterung der Experimente zum kollektiven atomaren Rückstoß-Laser (CARL) dar, die in der gleichen Forschungsgruppe durchgeführt worden sind [Kru04,Cub06a]. Der Resonator wurde nach dem Einladen der Atome einseitig mit Licht gepumpt, wodurch sich ein Laserlichtfeld in der ungepumpten Umlaufrichtung des Resonators, das CARL-Laserfeld, aufbaut. Die Lichtleistung des CARL-Laserfeldes weist einen charakteristischen Verlauf aufeinander folgender Maxima und Minima auf, der in dieser Arbeit erstmalig gemessen werden konnte. In den bisherigen Experimenten konnte CARL nur bei Anwesenheit von zusätzlichen dissipativen Prozessen beobachtet werden [Cub04], was zu einer Erweiterung des CARL-Modells führte [Rob04]. Insofern repräsentieren die Experimente in dieser Arbeit die erste Durchführung des ursprünglichen Vorschlags von CARL [Bon94a]. Ein weiteres Novum bei Experimenten mit CARL ist die Tatsache, dass es durch die sehr kalte Temperatur der Atome im Bereich der Rückstoßtemperatur möglich war, in Flugzeitbildern einzelne Impulsklassen aufzulösen. Dadurch konnte die durch CARL erzeugte Impulsverteilung der Atome gemessen werden. Der CARL-Effekt hängt von verschiedenen experimentellen Parametern wie etwa der Pumpleistung, der Atomzahl und der Temperatur der Atome ab. Diese Abhängigkeiten wurden gemessen und mit Simulationen verglichen. Es wurde eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie gefunden, wobei die Simulationen oftmals keine freien Parameter enthielten.

Im theoretischen Teil der Arbeit wurde das CARL-Modell [Hec98,Pio01,Gan00] vorgestellt. Dabei wurden sowohl die schon bisher verwendeten semiklassischen CARL-Gleichungen hergeleitet, als auch Gleichungen, in denen der atomare Impuls quantisiert wurde. Es konnte gezeigt werden, dass die in dieser Arbeit präsentierten Experimente durch die semiklassischen Gleichungen in sehr guter Näherung beschrieben werden können, obwohl die korrekte Beschreibung mit einer Quantisierung des Impulses zu leichten Modifikationen führt. Die Quantengleichungen werden bei zukünftigen Experimenten, die noch weiter im Quantenregime stattfinden, benützt werden

müssen.

Ein wichtiges Resultat dieser Arbeit ist auch die Klärung der Frage, welcher Zusammenhang zwischen CARL und Superradianz besteht. Es konnte gezeigt werden, dass die beiden Experimente, die ursprünglich aus verschiedenen Ansätzen entstanden sind, auf demselben physikalischen Effekt beruhen. Der Unterschied liegt daran, dass sich die Atome bei CARL in einem Resonator befinden und die beteiligten Lichtfelder auf der durch den Resonator vorgegebenen Zeitskala zerfallen. Diese ist um Größenordnungen größer als bei den Superradianz-Experimenten. Dadurch muss die Kohärenz nicht als Raman-Kohärenz zwischen den Impulsklassen gespeichert werden, sondern ist in der sich aufbauenden Lichtstehwelle enthalten.

Superradianz und CARL sind Ausprägungen eines gemeinsamen Modells in verschiedenen Regimen. Durch Ändern der Finesse des Ringresonators konnte in dieser Arbeit der Übergang zwischen den beiden Regimen nachgewiesen werden, der sich in einer veränderten Abhängigkeit von den experimentellen Parametern manifestiert. Dieses Experiment stellt somit die erste Beobachtung von Superradianz in einem Resonator dar. Diese Arbeit setzt auch einen Schlusspunkt unter die Diskussion über die Rolle der Quantenstatistik bei der Superradianz. Oberhalb und unterhalb der kritischen Temperatur für Bose-Einstein-Kondensation ist qualitativ das gleiche Verhalten zu beobachten. Quantitative Unterschiede resultieren aus einer veränderten Dichte und Atomzahl der atomaren Wolke. CARL konnte auch bei $20 \mu\text{K}$ kalten Atomen noch nachgewiesen werden, d.h. bei Temperaturen, die um einen Faktor 40 über der kritischen Temperatur liegen. Somit erfordern CARL und Superradianz zwar ein kooperatives Verhalten der Atome, können aber nicht auf quantenstatistischen Effekten wie z.B. bosonischer Stimulation beruhen. ¹

¹Streng genommen wurde dies schon durch die ersten CARL-Experimente 2003 gezeigt. Allerdings war das System in den damaligen Experimenten durch die Anwesenheit einer Melasse nicht ganz äquivalent zu dem der Superradianz und der Zusammenhang zwischen CARL und Superradianz war noch nicht klar.

8

Ausblick

Die in dieser Arbeit aufgebaute Apparatur birgt das Potenzial für weitere äußerst interessante Experimente in sich. Dazu werden zwei wichtige Verbesserungen am Experiment vorgenommen. Durch Einbau einer neuen Halterung für die Joffe-Drähte mit besserer Wärmeanbindung an das Kühlsystem wird das Problem gelöst werden, dass sich die Joffe-Drähte im Betrieb verbiegen. Dadurch wird es möglich, Bose-Einstein-Kondensate mit größerer Reproduzierbarkeit zu erzeugen. Außerdem möchte man die Möglichkeit besitzen, das Pumplichtfeld schneller und gezielter an- und ausschalten zu können. Dazu wird der in dieser Arbeit verwendete TiSa-Laser permanent auf eine TEM_{11} -Mode des Resonators stabilisiert. Da der Überlapp zwischen dem Bose-Einstein-Kondensat und der TEM_{11} -Mode sehr klein ist, werden somit Atomzahlverluste vermieden. Ein Diodenlaser wird auf den TiSa-Laser mittels eines Phase-Locked-Loops phasenstarr stabilisiert. Die Frequenzdifferenz der beiden Laser ist hierbei so gewählt, dass der Diodenlaser in die TEM_{00} -Mode des Resonators eingekoppelt werden kann, die mit dem Kondensat wechselwirkt. Zum An- und Ausschalten des Diodenlasers wird ein akusto-optischer Modulator verwendet. Durch Änderung der Differenzfrequenz ist es auch möglich, die eingekoppelte Diodenlaser-Frequenz von der Resonanzfrequenz des Resonators zu verstimmen.

Dies ist essentiell, um Kühleffekte des Resonators auf Atome zu untersuchen [Hec98] und kann in einem einfachen Bild folgendermaßen verstanden werden. Die Atome werden mit einem zur Resonanzfrequenz des Resonators rot verstimmt Lichtfeld beleuchtet. Durch die Überhöhung der Modendichte an der Resonanz ist die Energie der umgestreuten Photonen im Mittel größer als die der einlaufenden. Die zusätzliche Energie stammt aus der kinetischen Energie der Atome, wodurch diese kälter werden.

Ein weiteres mögliches Experiment ist das Verschmelzen zweier Bose-Einstein-Kondensate. Die Wellenfunktion eines Bose-Einstein-Kondensats besitzt eine Phase, die mit der Energie pro Teilchen im Kondensat propagiert. Zwei voneinander unabhängige Kondensate besitzen also eine Phasendifferenz zueinander. Diese nimmt bei Wiederholung des Experiments zufällige Werte an und ändert sich bei jeder Wiederholung als Funktion der Zeit, da die Energien pro Teilchen im Allgemeinen verschieden sind. Überlagert man zwei zunächst unabhängige Kondensate, so kommt es einerseits zu Interferenzen. Andererseits erhöht sich die Energie pro Teilchen, wodurch Anregungen der Kondensate entstehen können. Diese Effekte können unter gewissen Vorkehrungen vermieden werden, wenn sich die Kondensate in einem optischen Ringresonator befinden [Jak01]. Der Resonator bewirkt eine Dissipation der durch die Überlagerung entstandenen Überschussenergie und dämpft die Phasendifferenz

der Kondensate. Dies ist neben anderen noch nicht gelösten technischen Schwierigkeiten der entscheidende Prozess, um einen Nachfüllmechanismus für Atomlaser zu verwirklichen. Bei den bisherigen Atomlasern gibt es die Problematik, dass nur eine begrenzte Atomzahl zur Verfügung steht, und die Atomlaserstrahlung daher nur kurze Zeit aufrecht erhalten werden kann.

Mit dem in dieser Arbeit aufgebauten Experiment sollte es auch möglich sein, CARL in einem bisher nicht erreichten Regime zu beobachten, dem quantisierten good-cavity-Regime. Dazu muss die Finesse des Resonators leicht erhöht werden, was möglich ist, wenn beim Einbau ins Vakuum Verschmutzungen vermieden werden. In diesem Regime wird das in Abbildung 2.7 gezeigte Verhalten erwartet. Darüber hinaus kann es zu interessanten Effekten wie der Entstehung von Verschränkungen zwischen den Lichtmoden und dem Kondensat kommen [Pio03].

A

Herleitung der quantisierten CARL-Gleichungen

Ausgangspunkt ist die in Kapitel 2.3 hergeleitete Heisenberg-Gleichung (2.29) für das Lichtfeld der Analysemode

$$\frac{d\alpha_-}{dt} = -i\Delta_c\alpha_- - iU_0 \sum_{j=1}^N \alpha_+ e^{-2ikz_j} - \kappa_c\alpha_- + \eta_- , \quad (\text{A.1})$$

Die Bewegung der Atome wird nun durch Einführen von Impulseigenzuständen $|n\rangle_j$ quantisiert. Es gilt $p_j|n\rangle_{j'} = 2n\hbar k\delta_{jj'}$. Für die Wellenfunktion des j -ten Atoms wird der Ansatz

$$|\Psi(z_j)\rangle = \sum_n c_j(n)|n\rangle_j \quad (\text{A.2})$$

verwendet. Der Erwartungswert des klassischen Feldes α_- im Zustand $|\Psi(z_j)\rangle$ kann durch Multiplikation $\langle\Psi|\alpha_-|\Psi\rangle$ berechnet werden. Gleichung (A.1) geht somit in eine Gleichung für den klassischen Erwartungswert über

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha_-}{dt} &= -i\Delta_c\alpha_- - iU_0\alpha_+ \sum_j \langle\Psi(z_j)|e^{-2ikz_j}|\Psi(z_j)\rangle - \kappa_c\alpha_- \\ &= -i\Delta_c\alpha_- - iU_0\alpha_+ \sum_{j,m,n} c_j^*(m)c_j(n)\langle m|_j e^{-2ikz_j}|n\rangle_j - \kappa_c\alpha_- \\ &= -i\Delta_c\alpha_- - iU_0\alpha_+ \sum_{j,n} c_j^*(n)c_j(n+1) - \kappa_c\alpha_- , \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

wobei die Klammern zur Bezeichnung der Erwartungswerte $\langle\alpha_- \rangle$ weggelassen wurden und die Beziehung $e^{-2ikz_j}|n\rangle_j = |n-1\rangle_j$ verwendet wurde. Außerdem ist durch Setzen von $\eta_- = 0$ berücksichtigt worden, dass die Analysemode nicht gepumpt wird.

Die Bewegung der Atome wird nicht aus Gleichung (2.29) abgeleitet, sondern es wird die Schrödingergleichung des j -ten Atoms $i\hbar\frac{d|\Psi(z_j)\rangle}{dt} = H|\Psi(z_j)\rangle$ betrachtet, wobei der Hamiltonoperator durch (2.26) und der Zustand durch (A.2) gegeben ist

$$\begin{aligned} i\hbar \sum_n \frac{dc_j(n)}{dt}|n\rangle_j &= \sum_n \frac{1}{2m} p_j^2 c_j(n)|n\rangle_j + \hbar\Delta_c (\alpha_-^* \alpha_- + \alpha_+^* \alpha_+) \sum_n c_j(n)|n\rangle_j + \\ &+ \hbar U_0 \alpha_+ \sum_n (\alpha_-^* e^{-2ikz_j} + \alpha_- e^{2ikz_j}) c_j(n)|n\rangle_j . \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Auch hier sind die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Lichtfelder durch Feldoperatoren ersetzt worden. Durch Projektion auf den Zustand $\langle m|_j$ erhält man aus (A.4) eine Gleichung für die Koeffizienten

$$\begin{aligned} \dot{c}_j(n) &= -i\omega_r n^2 c_j(n) - i\Delta_c (\alpha_-^* \alpha_- + \alpha_+^* \alpha_+) c_j(n) - \\ &- iU_0 \alpha_+ [\alpha_-^* c_j(n+1) + \alpha_- c_j(n-1)] . \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Die Gleichungen (A.3) und (A.5) werden nun im Folgenden in Dichtematrixgleichungen umgeschrieben. Nach einer Umskalierung $\alpha_- = \tilde{\alpha}_- e^{-i\Delta_c t}$ und $c_j(n) = \tilde{c}_j(n) e^{-in\Delta_c t}$ bekommt man aus (A.3) und (A.5) die Gleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{c}}_j(n) &= -i(\omega_r n^2 - n\Delta_c + \Delta_c(\tilde{\alpha}_-^* \tilde{\alpha}_- + \alpha_+^* \alpha_+)) \tilde{c}_j(n) - \\ &\quad - iU_0 \alpha_+ [\tilde{\alpha}_-^* \tilde{c}_j(n+1) + \tilde{\alpha}_- \tilde{c}_j(n-1)] , \\ \dot{\tilde{\alpha}}_- &= -iU_0 \alpha_+ \sum_{j,n} \tilde{c}_j^*(n) \tilde{c}_j(n+1) - \kappa_c \tilde{\alpha}_- . \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Die Dichtematrix des Systems ist definiert durch $\varrho = \sum_{j=1}^N p_j |\Psi_j\rangle \langle \Psi_j|$, wobei für die klassischen Wahrscheinlichkeiten p_j gilt: $\sum_{j=1}^N p_j = 1 \equiv N p_j$. Hierbei ist angenommen, dass sich die Atome mit gleicher Wahrscheinlichkeit im Zustand $|\Psi_j\rangle$ befinden, woraus folgt $p_j = N^{-1}$. Die Elemente der Dichtematrix haben somit die Form $\varrho_{m,n} = N^{-1} \sum_j \tilde{c}_j^*(m) \tilde{c}_j(n)$. Die Zeitentwicklung der Dichtematrix kann durch Einsetzen der Gleichungen der Entwicklungskoeffizienten aus (A.6) berechnet werden

$$\begin{aligned} \dot{\varrho}_{m,n} &= N^{-1} \sum_j (\dot{\tilde{c}}_j^*(m) \tilde{c}_j(n) + \tilde{c}_j^*(m) \dot{\tilde{c}}_j(n)) \\ &= i[\omega_r(m^2 - n^2) - \Delta_c(m - n)] N^{-1} \sum_j \tilde{c}_j^*(m) \tilde{c}_j(n) + \\ &\quad + iU_0 \alpha_+ \left[\tilde{\alpha}_- N^{-1} \sum_j (\tilde{c}_j^*(m+1) \tilde{c}_j(n) - \tilde{c}_j^*(m) \tilde{c}_j(n-1)) \right] + \\ &\quad + iU_0 \alpha_+ \left[\tilde{\alpha}_-^* N^{-1} \sum_j (\tilde{c}_j^*(m-1) \tilde{c}_j(n) - \tilde{c}_j^*(m) \tilde{c}_j(n+1)) \right] . \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Durch Rückeinsetzen der Definition der Dichtematrix erhält man

$$\begin{aligned} \dot{\varrho}_{m,n} &= i(m - n) [\omega_r(m + n) - \Delta_c] \varrho_{m,n} + \\ &\quad + iU_0 \alpha_+ [\alpha_- (\varrho_{m+1,n} - \varrho_{m,n-1}) + \alpha_-^* (\varrho_{m-1,n} - \varrho_{m,n+1})] , \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

wobei hier und im Folgenden der Einfachheit halber anstelle $\tilde{\alpha}_-$ einfach nur α_- geschrieben wird. Durch Einsetzen der Definition der Dichtematrix in die Gleichung für das Lichtfeld aus (A.6) bekommt man

$$\dot{\alpha}_- = -iNU_0 \alpha_+ \sum_n \varrho_{n,n+1} - \kappa_c \alpha_- . \quad (\text{A.10})$$

Die Gleichungen (A.9) und (A.10) sind die quantisierten CARL-Gleichungen.

Literaturverzeichnis

- [And95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, Science **269**, 198 (1995).
- [And97] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, *Observation of Interference between two Bose condensates*, Science **275**, 637 (1997).
- [Arl98] J. Arlt, O. Marago, S. Webster, S. Hopkins and C. J. Foot, *A Pyramidal Magneto-Optical Trap as a Source of Slow Atoms*, Opt. Comm. **157**, 303 (1998).
- [Asb05] J. K. Asboth, P. Domoskos, H. Ritsch and A. Vukics, *Self-organisation of atoms in a cavity field: Threshold, bistability, and scaling laws*, Phys. Rev. A **72**, 053417 (2005).
- [Bei05] A. Beige, P. L. Knight and Giuseppe Vitiello, *Cooling many particles at once*, New Journal of Physics **7**, 96 (2005).
- [Ber87] T. H. Bergeman, G. Erez and H. J. Metcalf, *Magneto-Static Trapping Fields for Neutral Atoms*, Phys. Rev. A **35**, 1535 (1987).
- [Bir95] G. Birkel, M. Gatzke, I. H. Deutsch, S. L. Rolston and W. D. Phillips, *Bragg Scattering from Atoms in Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **75**, 2823 (1995).
- [Bjo80] G. C. Bjorklund, *Frequency-Modulation Spectroscopy: A new Method for Measuring Weak Absorptions and Dispersions*, Opt. Lett. **5**, 15 (1980).
- [Bla03] A. T. Black, H. W. Chan and V. Vuletic, *Observation of Collective Friction Forces due to Spatial Self-Organization of Atoms: From Rayleigh to Bragg Scattering*, Phys. Rev. Lett. **91**, 203001 (2003).
- [Bon94a] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Collective atomic recoil laser (CARL) optical gain without inversion by collective atomic recoil and self-bunching of two-level atoms*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **341**, 360 (1994).
- [Bon94b] R. Bonifacio, L. De Salvo, L. M. Narducci and E. J. Dangelo, *Exponential gain and self-bunching in a collective atomic recoil laser*, Phys. Rev. A **50**, 1716 (1994).
- [Bon95] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Analytical Theory of the Collective Atomic Recoil Laser in the FEL Limit*, Appl. Phys. B **60** (1995).
- [Bon96] R. Bonifacio and P. Verkerk, *Doppler broadening and collision effects in a collective atomic recoil laser*, Opt. Comm. **124**, 469 (1996).
- [Bon97a] R. Bonifacio, G. R. M. Robb and B. W. J. McNeil, *Propagation, cavity, and Doppler-broadening effects in the collective atomic recoil laser*, Phys. Rev. A **56**, 912 (1997).

- [Bon97b] R. Bonifacio, L. De Salvo and W. A. Barletta, *Relativistic theory of the collective atomic recoil laser*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **384**, 337 (1997).
- [Bou06] T. Bourdel, T. Donner, S. Ritter, A. Öttl, M. Köhl and T. Esslinger, *Cavity QED detection of interfering matter waves*, Phys. Rev. A **73**, 043602 (2006).
- [Bra22] W. H. Bragg and W. L. Bragg, *The diffraction of X-rays by crystals*, Nobel lecture (1922).
- [Cha03] H. W. Chan, A. T. Black and V. Vuletic, *Observation of Collective-Emission-Induced Cooling of Atoms in an Optical Cavity*, Phys. Rev. Lett. **90**, 063003 (2003).
- [Cho85] W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti, V. E. Sanders, W. Schleich and M. O. Scully, *The ring laser gyro*, Rev. Mod. Phys. **57**, 61 (1985).
- [Chu86] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986).
- [Chu98] S. Chu, *Nobel lecture: The manipulation of neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998).
- [Cir93] J. I. Cirac, A. S. Parkins, R. Blatt and P. Zoller, *Cooling of a trapped ion coupled strongly to a quantized cavity mode*, Opt. Comm. **97**, 353 (1993).
- [Cir95] J. I. Cirac, M. Lewenstein and P. Zoller, *Laser cooling a trapped atom in a cavity: Bad-cavity limit*, Phys. Rev. A **51**, 1650 (1995).
- [Cou04] Ph. W. Courteille, C. von Cube, B. Deh, A. Ludewig, S. Slama, D. Kruse and C. Zimmermann, *The Collective Atomic Recoil Laser*, AIP Conf. Proc. (ICAP'04) **770**, 135 (2004).
- [Cub04] C. von Cube, S. Slama, D. Kruse, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, G. R. M. Robb, N. Piovella and R. Bonifacio, *Selfsynchronization and dissipation-induced threshold in collective atomic recoil lasing*, Phys. Rev. Lett. **93**, 083601 (2004).
- [Cub06a] C. von Cube, *Untersuchungen zum kollektiven atomaren Rückstoßlaser*, Dissertation an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2006).
- [Cub06b] C. von Cube, S. Slama, M. Kohler, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Creating and probing long-range order in atomic clouds*, Fortschr. Physik **54**, 726 (2006).
- [Dal99] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii and S. Stringari, *Theory of Bose-Condensation in Trapped Gases*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [Dic54] R. H. Dicke, *Coherence in Spontaneous Radiation Processes*, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
- [Die98] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller and J. T. M. Walraven,

- Two-Dimensional Magneto-Optical Trap as a Source of Slow Atoms*, Phys. Rev. A **58**, 3891 (1998).
- [Dom02] P. Domokos and H. Ritsch, *Collective Cooling and Self-Organization of Atoms in a Cavity*, Phys. Rev. Lett. **89**, 253003 (2002).
- [Don04] T. Donner, *Erzeugung ultrakalter Gemische aus fermionischen und bosonischen Atomen*, Diplomarbeit an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2004).
- [Dre83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley and H. W. Ward, *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
- [Els03] Th. Elsässer, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Collective sideband cooling in an optical ring cavity*, Phys. Rev. A **67**, 051401 (2003).
- [Els04] Th. Elsässer, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Optical bistability and collective behavior of atoms trapped in a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **69**, 033403 (2004).
- [For03] J. Fortagh, *Bose-Einstein Kondensate in magnetischen Mikrofallen*, Dissertation an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2003).
- [Gan99] M. Gangl and H. Ritsch, *Collective Dynamical Cooling of Neutral Particles in a High-Q Optical Cavity*, Phys. Rev. A **61**, 011402 (1999).
- [Gan00] M. Gangl and H. Ritsch, *Cold Atoms in a High-Q Ring Cavity*, Phys. Rev. A **61**, 043405 (2000).
- [Gar01] S. A. Gardiner, K. M. Gheri and P. Zoller, *Cavity-assisted quasiparticle damping in a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **63**, 051603 (2001).
- [Gün06] S. Günther, *Wechselwirkungen kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime*, Dissertation an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2006).
- [Gol60] H.M. Goldberg, D. Kleppner and N. Ramsey, *Atom Hydrogen Maser*, Phys. Rev. Lett. **5**, 361 (1960).
- [Gor55] J.P. Gordon, H. J. Zeiger and C. H. Townes, *The Maser - New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer*, Phys. Rev. **99**, 1264 (1955).
- [Got62] Y. V. Gott, M. S. Joffe and V. G. Tel'kovskii, Nucl. Fusion, Suppl. **3**, 1045 (1962).
- [Gro79] M. Gross, P.Goy, C. Fabre, S. Haroche and J.M. Raimond, *Maser Oscillation and Microwave Superradiance in Small Systems of Rydberg Atoms*, Phys. Rev. Lett. **43**, 343 (1979).
- [Hä99] T. W. Hänsch, I. Bloch and T. Esslinger, *Atom Laser with cw Output Coupler*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
- [Hec98] G. Hechenblaikner, M. Gangl, P. Horak and H. Ritsch, *Cooling an atom in a weakly driven high-Q cavity*, Phys. Rev. A **58**, 3030 (1998).

- [Hem96] P. R. Hemmer, N. P. Bigelow, D. P. Katz, M. S. Shahriar, L. De Salvo and R. Bonifacio, *Self-Organization, Broken Symmetry, and Lasing in an Atomic Vapor: The Interdependence of Gratings and Gain*, Phys. Rev. Lett. **77**, 1468 (1996).
- [Hes86] Harald F. Hess, *Evaporative Cooling of Magnetically Trapped Spin-Polarized Hydrogen*, Phys. Rev. B **34**, 3476 (1986).
- [Hoo98] C. J. Hood, M. S. Chapman, T. W. Lynn and H. J. Kimble, *Real-Time Cavity QED with Single Atoms*, Phys. Rev. Lett. **80**, 4157 (1998).
- [Hoo00] C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty, A. S. Parkins and H. J. Kimble, *The Atom-Cavity Microscope: Single Atoms Bound in Orbit by Single Photons*, Science **287**, 1447 (2000).
- [Hor97] P. Horak, G. Hechenblaikner, K. M. Gheri, H. Stecher and H. Ritsch, *Cavity-Induced Atom Cooling in the Strong Coupling Regime*, Phys. Rev. Lett. **79**, 4974 (1997).
- [Hor00] P. Horak, S.M. Barnett and H. Ritsch, *Coherent dynamics of Bose-Einstein condensates in high-finesse optical cavities*, Phys. Rev. A **61**, 033609 (2000).
- [Hor01a] P. Horak and H. Ritsch, *Manipulating a Bose-Einstein condensate with a single photon*, Eur. Phys. J. D **13**, 279 (2001).
- [Hor01b] Peter Horak and Helmut Ritsch, *Dissipative dynamics of Bose condensates in optical cavities*, Phys. Rev. A **63**, 023603 (2001).
- [Ino99] S. Inouye, A.P. Chikkatur, D.M. Stamper-Kurn, J. Stenger, D.E. Pritchard and W. Ketterle, *Superradiant Raleigh Scattering from a Bose-Einstein Condensate*, Science **285**, 571 (1999).
- [Jak01] D. Jaksch, S. A. Gardiner, K. Schulze, J. I. Cirac and P. Zoller, *Uniting Bose-Einstein Condensates in Optical Resonators*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4733 (2001).
- [Ket01] W. Ketterle and Shin Inouye, *Does Matter Wave Amplification Work for Fermions?*, Phys. Rev. Lett **86**, 4203 (2001).
- [Kli06] J. Klinner, M. Lindholdt, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Normal Mode Splitting and Mechanical Effects of an Optical Lattice in a Ring Cavity*, Phys. Rev. Lett. **96**, 023002 (2006).
- [Koz99] M. Kozuma, Y. Suzuki, Y. Torii, T. Saguira, T. Kaga, E. W. Hagley and L. Deng, *Phase-Coherent Amplification of Matter-Waves*, Science **286**, 2309 (1999).
- [Kre07] G. Krenz, S. Bux, S. Slama, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Controlling mode locking in optical ring cavities*, Appl. Phys. B, 0946-2171 (2007).
- [Kru03a] D. Kruse, M. Ruder, J. Benhelm, C. von Cube, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, Th. Elsässer, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Cold atoms in*

- a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **67**, 051802 (2003).
- [Kru03b] D. Kruse, C. von Cube, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Observation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*, Phys. Rev. Lett. **91**, 183601 (2003).
- [Kru04] D. Kruse, *Selbstorganisation und Laseremission in kalten atomaren Ensembles*, Dissertation an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2004).
- [Kuh02] Axel Kuhn, Markus Hennrich and Gerhard Rempe, *Deterministic Single-Photon Source for Distributed Quantum Networking*, Phys. Rev. Lett. **89**, 067901 (2002).
- [Kur84] Y. Kuramoto, *Cooperative Dynamics of Oscillator Community*, Prog. Theor. Phys. **79**, 223 (1984).
- [Lip96] G. L. Lippi, G. P. Barozzi, S. Barbay and J. R. Tredicce, *Spontaneous Generation of a Longitudinal Atomic Density Grating in Sodium Vapor*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2452 (1996).
- [Lu96] Z. T. Lu, K. L. Corwin, M. J. Renn, M. H. Anderson, E. A. Cornell and C. E. Wieman, *Low-Velocity Intense Source of Atoms from a Magneto-optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3331 (1996).
- [Mad71] J. M. J. Madey, *Stimulated Emission of Bremsstrahlung in a Periodic Magnetic Field*, J. Appl. Phys. **42**, 1906 (1971).
- [Mau04] P. Maunz, T. Puppe, I. Schuster, N. Syassen, P. W. H. Pinkse and G. Rempe, *Cavity cooling of a single atom*, Nature **428**, 50 (2004).
- [McK04] J. McKeever, A. Boca, A. D. Boozer, R. Miller, J. R. Buck, A. Kuzmich and H. J. Kimble, *Deterministic Generation of Single Photons from One Atom Trapped in a Cavity*, Science **303**, 1992 (2004).
- [McN98] B. W. J. McNeil and G. R. M. Robb, *Collective Rayleigh scattering from dielectric particles: a classical theory of the collective atomic recoil laser*, Opt. Commun. **148**, 54 (1998).
- [Mek06] I. B. Mekhov, C. Maschler and H. Ritsch, *Cavity enhanced light scattering in optical lattices to probe atomic quantum statistics*, arXiv:quant-ph/0610073 (2006).
- [Mes85] D. Meschede and H. Walther, *One-Atom-Maser*, Phys. Rev. Lett. **54**, 551 (1985).
- [Moo98] M. G. Moore and P. Meystre, *Effects of Atomic Diffraction on the Collective Atomic Recoil Laser*, Phys. Rev. A **58**, 3248 (1998).
- [Moo99a] M. G. Moore and P. Meystre, *Optical Control and Entanglement of Atomic Schrödinger Fields*, Phys. Rev. A **59**, 1754 (1999).
- [Moo99b] M. G. Moore and P. Meystre, *Theory of Superradiant Scattering of Laser Light from Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5202 (1999).

- [Moo99c] M. G. Moore, O. Zobay and P. Meystre, *Quantum optics of a Bose-Einstein condensate coupled to a quantized light field*, Phys. Rev. A **60**, 1491 (1999).
- [Moo01] M. G. Moore and Pierre Meystre, *Atomic Four-Wave Mixing: Fermions versus Bosons*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4199 (2001).
- [Mü99] P. Münstermann, T. Fischer, P. Maunz, P. W. H. Pinkse and G. Rempe, *Dynamics of Single-Atom Motion in a High-Finesse Cavity*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3791 (1999).
- [Nag03a] B. Nagorny, Th. Elsässer and A. Hemmerich, *Collective Atomic Motion in an Optical Lattice formed inside a High Finesse Cavity*, Phys. Rev. Lett. **91**, 153003 (2003).
- [Nag03b] B. Nagorny, Th. Elsässer, H. Richter, A. Hemmerich, D. Kruse, C. Zimmermann and Ph. Courteille, *Optical Lattice in a High Finesse Ring Resonator*, Phys. Rev. A **67**, 031401 (2003).
- [Nag06] D. Nagy, J. K. Asboth, P. Domokos and H. Ritsch, *Self-organisation of a laser-driven cold gas in a ring cavity*, Europhys. Lett. **74**, 254 (2006).
- [Per01] M. Perrin, G. L. Lippi and A. Politi, *Phase Transition in a Radiation-Matter Interaction with Recoil and Collisions*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4520 (2001).
- [Per02] M. Perrin, Z. Ye and L. M. Narducci, *Microscopic theory of the collective atomic recoil laser in an optical resonator: The effect of collisions*, Phys. Rev. A **66**, 043809 (2002).
- [Pin00] P. W. H. Pinkse, T. Fischer, P. Maunz and G. Rempe, *Trapping an atom with single photons*, Nature **404**, 365 (2000).
- [Pio01] N. Piovella, M. Gatelli and R. Bonifacio, *Quantum effects in the collective light scattering by coherent atomic recoil in a Bose-Einstein condensate*, Opt. Comm **194**, 167 (2001).
- [Pio03] N. Piovella, M. Cola and R. Bonifacio, *Quantum fluctuations and entanglement in the collective atomic recoil laser using a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **67**, 013817 (2003).
- [Pou46] R. V. Pound, *Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators*, Rev. Sci. Instr. **17**, 490 (1946).
- [Pri83] D. E. Pritchard, *Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **51**, 1336 (1983).
- [Raa87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. E. Prichard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [Ric95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König and T. W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Commun. **117**, 541 (1995).

- [Rit06] S. Ritter, A. Öttl, T. Donner, T. Bourdel, M. Köhl and T. Esslinger, *Observing the Formation of Long-range Order during Bose-Einstein Condensation*, arXiv:cond-mat/0607102 (2006).
- [Rob03] G. R. M. Robb and B. W. J. McNeil, *Superfluorescent Rayleigh Scattering from Suspensions of Dielectric Particles*, Phys. Rev. Lett. **90**, 123903 (2003).
- [Rob04] G. R. M. Robb, N. Piovella, A. Ferraro, R. Bonifacio, Ph. W. Courteille and C. Zimmermann, *Collective atomic recoil lasing including friction and diffusion effects*, Phys. Rev. A **69**, 041403 (2004).
- [Rob05] G. R. M. Robb, N. Piovella and R. Bonifacio, *The semiclassical and Quantum Regimes of Superradiant Light Scattering from a Bose-Einstein Condensate*, arXiv:cond-mat/0410077 (2005).
- [Sch02] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y. B. Ovchinnikov and T. Pfau, *Intense source of cold Rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optic trap*, Phys. Rev. A **66**, 023410 (2002).
- [Sch03] D. Schneble, Y. Torii, M. Boyd, E. Streed, D. E. Pritchard and W. Ketterle, *The Onset of Matter-Wave Amplification in a Superradiant Bose-Einstein Condensate*, Science **300**, 475 (2003).
- [Scu97] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press (1997).
- [Sil06] C. Silber, *Sympathetisches Kühlen von $^6\text{Lithium}$ mit $^{87}\text{Rubidium}$* , Dissertation an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen (2006).
- [Sla05a] S. Slama, C. von Cube, B. Deh, A. Ludewig, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Phase-sensitive detection of Bragg scattering at 1D Optical Lattices*, Phys. Rev. Lett. **94**, 193901 (2005).
- [Sla05b] S. Slama, C. von Cube, A. Ludewig, M. Kohler, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Dimensional Crossover in Bragg Scattering from Optical Lattices*, Phys. Rev. A **72**, 031402(R) (2005).
- [Sla06] S. Slama, C. von Cube, M. Kohler, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Multiple Reflections and Diffuse Scattering in Bragg Scattering at Optical Lattices*, Phys. Rev. A **73**, 023424 (2006).
- [Sla07a] S. Slama, S. Bux, G. Krenz, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Superradiant Rayleigh scattering and collective atomic recoil lasing in a ring cavity*, Phys. Rev. Lett. **98**, 053603 (2007).
- [Sla07b] S. Slama, G. Krenz, S. Bux, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Cavity-enhanced superradiant Rayleigh scattering with ultracold and Bose-Einstein condensed atoms*, sent to Phys. Rev. A, arXiv:quant-ph/0703065 (2007).
- [Str01] S. H. Strogatz, *Exploring complex networks*, Nature **410**, 268 (2001).
- [Ött05] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl and T. Esslinger, *Correlations and Counting*

- Statistics of an Atom Laser*, Phys. Rev. Lett. **95**, 090404 (2005).
- [Ött06] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl and T. Esslinger, *Hybrid apparatus for Bose-Einstein condensation and cavity quantum electrodynamics: Single atom detection in quantum degenerate gases*, Rev. Sci. Instrum. **77**, 063118 (2006).
- [Vul00] V. Vuletic and S. Chu, *Laser Cooling of Atoms, Ions, or Molecules by Coherent Scattering*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3787 (2000).
- [Vul01] V. Vuletic, H. W. Chan and A. T. Black, *Three-dimensional cavity Doppler cooling and cavity sideband cooling by coherent scattering*, Phys. Rev. A **64**, 033405 (2001).
- [Wei95] M. Weidemüller, A. Hemmerich, A. Görlitz, T. Esslinger and T. W. Hänsch, *Bragg Diffraction in an Atomic Lattice Bound by Light*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4583 (1995).
- [Yos04] Y. Yoshikawa, T. Sugiura, Y. Torii and T. Kuga, *Observation of superradiant Raman scattering in a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **69**, 041603 (2004).
- [Yos05] Y. Yoshikawa, Y. Torii and T. Kuga, *Superradiant Light Scattering from Thermal Atomic Vapors*, Phys. Rev. Lett. **94**, 083602 (2005).
- [Zim95] C. Zimmermann, V. Vuletic, A. Hemmerich, L. Ricci and T. W. Hänsch, *Design of a Compact Tunable Ti:Sapphire Laser*, Opt. Lett. **20**, 297 (1995).
- [Zim04] C. Zimmermann, D. Kruse, C. von Cube, S. Slama, B. Deh and Ph. W. Courteille, *Collective Atomic Recoil Lasing*, J. Mod. Opt. **51**, 957 (2004).
- [Zob05] O. Zobay and G. M. Nikolopoulos, *Dynamics of matter-wave and optical fields in superradiant scattering from Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **72**, 041604 (2005).